文章编号: 2095-2163(2022)10-0123-07

中图分类号: G304 文献标志码: A

基于 Abel 逆变换的颜色法测量火焰当量比的研究

伍文霞<sup>1</sup>,傅钰雯<sup>2</sup>,舒 文<sup>1</sup>,杨健晟<sup>1</sup>

(1 贵州大学 电气工程学院,贵阳 550025; 2 贵州交通职业技术学院 物流工程系,贵阳 551400)

**摘 要:**为了响应国家提出的"双碳"目标,可以对当量比进行监控来实现燃料的高效率燃烧。研究表明碳氢火焰的当量比与其燃烧时的火焰自由基有密切的联系,火焰图像中 *B* 图层与 *G* 图层的比值和自由基中 *CH*\* 与 *C*<sub>2</sub>\* 的比值也有相似的变化 趋势,故可利用 *B/G* - *CH*\* /*C*<sub>2</sub>\* - 当量比之间的变化关系来实现当量比的软测量。由于图像边缘区域存在的"颜色厚度"会 对软测量模型造成影响,故采用了 Abel 逆变换对颜色厚度进行消除。对不同工况下的丙烷火焰和甲烷火焰进行研究,初步得 出针对含碳量较低的燃料,Abel 逆变换对 *B/G* 值 - 当量比软测量模型的优化效果更显著。此外,选取 6 种不同的 Abel 逆变 换算法进行实验对比,最后证明了 direct 法在软测量模型中的优化效果最好。 关键词:预混火焰;当量比; Abel 逆变换; 软测量; 图像处理

# Study on measurement of flame equivalence ratio by color method based on Abel inverse transform

WU Wenxia<sup>1</sup>, FU Yuwen<sup>2</sup>, SHU Wen<sup>1</sup>, YANG Jiansheng<sup>1</sup>

(1 College of Electrical Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China;2 Department of Logistics Engineering, Guizhou Communication Polytechnic, Guiyang 551400, China)

[Abstract] In response to the "dual carbon" target proposed in China, the equivalent ratio can be monitored to achieve efficient combustion of the fuel. The study shows that the equivalent ratio of hydrocarbon flame is closely related to the flame radicals during the combustion, and the ratio of *B* layer to *G* layer and the ratio of  $CH^*$  to  $C_2^*$  in the flame image also have a similar trend. Therefore, the soft measurement of equivalent ratio can be realized by using the relationship between  $B/G - CH^*/C_2^*$  – equivalent ratio. Since the "color thickness" in the image edge region will affect the soft sensor model, Abel inverse transform is used to eliminate the color thickness. By studying propane flame and methane flame under different working conditions, it is preliminarily concluded that Abel inverse transform has more significant optimization effect on B/G equivalent ratio soft sensor model for the fuel with low carbon content. In addition, six different Abel inverse transform methods are selected for experimental comparison, and the optimization effect of direct method is proved to be the best in soft sensor model.

[Key words] premixed flame; equivalence ratio; Abel inverse transform; soft measurement; image processing

# 0 引 言

为了应对温室效应,2020年国家首次提出了 "2030碳达峰,2060碳中和"目标。据统计,目前在 国内的能源供给中,仍有超过80%来自化石燃料燃 烧<sup>[1]</sup>。如何提高燃烧效率,减少污染排放,一直以 来都是国内为实现"双碳"目标而迫切需要解决的 热点关注问题之一。

通过燃烧诊断技术可有效提高能源利用率,在 燃烧诊断中,当量比(φ)是常被用来反映燃烧效率 的一个重要参数<sup>[2]</sup>。然而由于燃烧过程的瞬时性 和复杂性,使得对当量比的测量变得十分困难。目前测量火焰当量比的方法有基于激光诊断技术。左鹏<sup>[3]</sup>采用激光诱导击穿光谱技术对甲烷空气混合当量比和火焰温度的测量进行了研究,虽然激光诊断技术精度很高,但其设置复杂,成本较高,面对各种不同的工作环境很难普及<sup>[4]</sup>。在燃烧过程中激发态自由基在回归基态时会释放相应波长的光谱辐射,即自由基化学发光。龚岩等人<sup>[5]</sup>利用分光成像系统收集并研究了同轴射流甲烷扩散火焰的辐射发光信息,通过分析各种自由基团与火焰当量比的联系,提出可采用不同基团的比值来表征火焰的当量

通讯作者:杨健晟 Email:jsyang3@gzu.edu.cn

收稿日期: 2022-07-14

基金项目:贵州省科学技术基金(黔科合基础[2018]1030);贵州省教育厅创新群体(黔教合 KY 字[2021]012)。

作者简介: 伍文霞(1996-),女,硕士研究生,主要研究方向:机器视觉检测技术; 傅钰雯(1988-),女,硕士,讲师,主要研究方向:大数据分析; 舒 文(1996-),男,硕士研究生,主要研究方向:机器视觉检测技术; 杨健晟(1987-),男,博士,副教授,主要研究方向:机器视觉检 测技术、燃烧诊断技术。

比。Kojima 等人<sup>[6]</sup>通过对不同当量比下的各种火 焰自由基的研究发现 *CH\** /*C*<sup>\*</sup> 的值与当量比之间 存在较强的相关性。

随着机器视觉技术的快速发展,彩色数字相机 在化学发光检测中得到广泛应用,许多学者通过研 究碳氢火焰颜色与化学发光的关系来实现对火焰燃 烧状态的软测量。Huang 等人<sup>[7]</sup>采用数字颜色分析 法对碳氢火焰图像进行实验研究,结果表明碳氢火 焰图像在 RGB 颜色模型下 B 层中值与 G 层中值的 比值可用来近似测量 CH\*/C<sub>2</sub>\*的值。Yang 等人<sup>[8]</sup> 随后改进了利用 B 和 G 颜色通道测量 CH\* 和 C<sub>2</sub>\*的 方法,并实现了通过测量得到的不同当量比的丙烷 预混火焰的 CH\*/C<sub>2</sub>\* 值测量其当量比。由于该方 法设备成本低,基本能满足工业检测精度要求、且操 作简便,故已被大范围应用于工业燃烧诊断领域。

由于火焰图像是三维空间的火焰化学发光在二 维图像平面的投影,火焰投影的边缘区域由于火焰 辐射的叠加导致火焰边缘明显比火焰中心区域要亮 很多,如图1所示。这由火焰化学发光叠加产生的 颜色厚度无疑会对基于机器视觉的测量方法造成影 响。研究表明,Abel 逆变换能有效地通过柱对称对 象的二维投影来反向求解出其在三维空间中的密度 分布<sup>[9]</sup>。邵华等人<sup>[10]</sup>也曾采用 Abel 逆变换技术对 电弧等离子体的温度场进行了研究,研究表明 Abel 逆变换对于电弧等离子体温度场分析有较好的作 用。由于本文研究的本生火焰<sup>[11]</sup>同样是柱对称物 体,故 Abel 逆变换方法给消除火焰边缘颜色厚度提 供了可能。王炜豪<sup>[12]</sup>为研究火焰化学发光特性,采 用 Abel 逆变换去除火焰锋面厚度,并论证了 Abel 逆变换方法应用在火焰上的稳定性和准确性。





综合前文所述,为了有效消除火焰颜色厚度对颜色法测量火焰当量比的影响,本文拟针对基于 Abel 逆变换方法处理后的颜色法展开测量火焰当量比的研究。

## 1 实验平台

为应对本文研究需要,搭建了实验平台,如图 2 所示。燃烧平台主要由空气压缩机、碳氢燃料气瓶、 压力表、气体流量计、PC 机、预混管以及燃烧器构 成。通过 PC 机控制气体流量计调节空气和碳氢燃 料的流量来获得实验需要的当量比的预混火焰;成 像平台主要采用 WP-030 CMOS 微型工业相机作为 成像装置,为确保采集到更加清晰的图像数据,选用 了光圈为 F1.4,焦距为 *f* = 15~30 mm 的镜头,如此 就可将成像平台采集到的数据传输到 PC 机存储起 来。



Fig. 2 Experimental platform structure diagram

考虑到后续的研究需要,通过该实验平台分别 采集了当量比为 0.93、0.96、1.0、1.04、1.08、1.13、 1.18、1.24、1.3、1.37、1.44、1.53 下的丙烷火焰图片, 每一个当量比分别采集了 100 张火焰图片作为样本 数据,并将这些数据中有明显缺陷的数据(如某一 瞬间有未充分混合的碳氢燃料燃烧导致火焰大面积 呈现红黄色或者受到外界干扰导致火焰形状不对 称)剔除掉,接着在每个当量比的样本数据中随机 选择 20 张图片、共计 240 张图片作为此次实验的实 验数据。

与此同时,还采集了当量比为 0.93、0.96、1.0、 1.04、1.08、1.13、1.18、1.24、1.3、1.37、1.44、1.53 的甲 烷火焰图片。与丙烷火焰类似,也是选择了共计 240 张图片作为此次实验的实验数据。

#### 2 实验方法

本实验的流程如图 3 所示。由图 3 可见,首先 对图像数据进行处理以获取完整的预混火焰区域。 分析可知,在部分火焰图像数据中火焰顶端混有红 色的扩散火焰,且由于在 HSV 颜色模型下红黄色与 蓝色分布较远,因此可采用 DFCD<sup>[13]</sup>(Digital Flame Colour Distribution)技术对 H 层进行阈值分割处理 以将蓝色的预混火焰和部分未完全燃烧引起的红黄 色扩散火焰进行图像分割,通过该操作获得一张红 黄色区域为0、其余区域为1的二值图像。同时,为 了消除在数据采集过程中的噪声影响,对图像进行 了滤波以及阈值分割处理,通过该操作获得一张火 焰主体部分为1、其余部分为0的二值图像。将这2 张二值图像分别与原图的G 图层与B 图层进行点乘 运算得到处理后的图像。

接下来,分别对处理后的火焰图像的 G 图层与 B 图层进行 Abel 逆变换处理并求取处理后的亮度 均值,根据 Kojima 等人<sup>[6]</sup>的研究可知火焰当量比与 CH\*/C<sub>2</sub>\*具有线性关系,而根据 Huang 等人<sup>[7]</sup>的研 究推知, CH\*/C<sub>2</sub>\*可以由火焰图像的 B/G 值近似表 示,故在此基础上可根据计算得到的 B/G 的值构建 B/G - 火焰当量比模型。进一步地,考虑到 Yang 等 人<sup>[8]</sup>采用针对整体火焰构建的 B/G - 当量比模型 以及排除颜色厚度影响仅针对火焰中心区域分别采 用同样的方法基于全部火焰以及火焰中心区域构建 对应的 B/G - 当量比模型作为对比。



图 3 实验流程框图

Fig. 3 Experimental process block diagram

## 3 Abel 变换与逆变换

对于一个柱对称物体,其横截面如图4所示。



# Fig. 4 Schematic diagram of cross section

该截面圆的半径记为 *R*,其密度函数记为 *f*(*r*),这里的 *r* 是截面圆上点到圆心的距离。当一条距离圆心为 *y* 的弦穿过该截面射到投影面时,其 投影函数 *F*(*y*) 是其密度函数 *f*(*r*) 在该路径的线积 分。由于该物体为轴对称物体,故推导得到的公式 为:

$$F(y) = 2 \int_{0}^{x} f(r) dx$$
 (1)

由 
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
,代人上式得:  
 $F(y) = 2 \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} f(r) d(\sqrt{r^2 - y^2})$  (2)

$$F(y) = 2 \int_{y}^{R} \frac{f(r)r}{\sqrt{r^{2} - y^{2}}} dr$$
(3)

式(3)为 Abel 正向变换公式,将其应用在火焰 上时, *f*(*r*)为火焰三维空间的亮度函数, *F*(*y*)为图 像传感器采集到的二维图像的像素值。根据公式(3) 可得到理论 Abel 反演公式:

$$f(r) = -\frac{1}{\pi} \int_{r}^{R} \frac{F'(y)}{\sqrt{y^{2} - r^{2}}} dy$$
 (4)

理论上,通过式(4)可以将火焰图像反演计算 出其在三维空间的亮度分布,即获得了火焰的切片。 但是,不能直接通过该公式进行数值求解,因为y=r 表示一个奇点,此时分母趋近于零,被积函数趋于无 穷大。而对于火焰图像来说,其边缘区域,即r趋近 于 R 处的信息是最值得关注的,故直接通过该公式 进行求解对结果的影响过大,并不值得考虑。

有许多学者对 Abel 逆变换的解法进行了研 究<sup>[14-16]</sup>,但是这些不同方法对输入数据的大小和格 式的要求常常相互冲突,且通常采用的是不同的编 程语言,有些解法甚至只能运行在特定的平台上,这 就使得不同算法间的比较变得十分困难。最近, Daniel 等人<sup>[17]</sup>结合不同算法将其通过 Python 实现, 这也使得 Abel 逆变换的不同解法的对比变得方便 起来,且由于现在市面上许多硬件都做到了兼容 Python 语言,就使得该方法应用到工业领域成为可 能。理论上,Abel 逆变换应用对象必须是柱对称物 体,根据对本生火焰的研究<sup>[16]</sup>可以得知,本生火焰 从理论上来说是柱对称物体,这满足 Abel 逆变换的 使用要求。

本节选取了一张 0.93 当量比的丙烷火焰作为 实验对象,分别对其 R、G、B 三个图层进行 Abel 逆 变换处理,并取原图对应图层的左半边与处理后的 图层的右半边拼接在一起,在对其做归一化处理后 展示出来。研究可得 0.93 当量比的丙烷火焰原图、 R 图层、G 图层以及 B 图层 Abel 逆变换处理后与处 理前的图像对比,如图 5 所示。



Fig. 5 Abel inverse transform processing comparison chart

### 4 实验结果

#### 4.1 丙烷火焰实验结果

通过 Anaconda3 平台实现以上建模过程,分别 对丙烷整体火焰、丙烷火焰中心区域、Abel 逆变换 处理后的丙烷火焰、甲烷整体火焰、甲烷火焰中心区 域以及 Abel 逆变换处理后的甲烷火焰的建模结果 进行对比、并绘制成图,如图 6 所示。





Fig. 6 Comparison chart of B/G value-equivalent ratio model of propane and methane

图 6 中,横坐标表示当量比,纵坐标表示 B/G 的值,实心圆形标记表示对丙烷整体火焰建模得到 的结果,实心三角形标记表示对丙烷火焰中心区域 建模得到的结果,实心正方形标记表示丙烷火焰经 过 Abel 逆变换处理后进行建模得到的结果,空心圆 表示对甲烷整体火焰建模得到的结果,空心三角形 表示对甲烷火焰中心区域建模得到的结果,空心正 方形表示甲烷火焰经过 Abel 逆变换处理后进行建 模得到的结果。

针对丙烷火焰,通过对比整体火焰与 Abel 逆变 换的结果可以发现, Abel 逆变换仍符合原趋势,即 经过 Abel 逆变换前后的 *B/G* 都随着当量比的增大 而减小,但从 *B/G* 的数值角度分析可以发现,在同 一个当量比下, Abel 逆变换处理后的 *B/G* 值普遍比 未经过 Abel 逆变换处理的值小,也就是说对于 Abel 逆变换处理后的 *B* 图层的亮度值变小的程度要比 *G* 图层大。

对比整体火焰和火焰中心区域可以发现,在当量比接近1.5的情况下,只截取中心部分的B/G的 值要比选取火焰整体的B/G的值要小,也就是说, 在当量比较高的情况下,火焰边缘的厚度对B/G-当量比模型的构建影响比较大,此时的B/G值随当 量比变化趋于平缓,不利于通过该模型对当量比进 行软测量。而当量比较小的情况下,火焰边缘的厚 度对结果影响较小。

对比火焰中心区域和 Abel 逆变换的结果可以 发现,在当量比超过 1.3 的情况下,2 组实验的 B/G 的值是比较接近的,也就是通过 Abel 逆变换去除厚 度后的结果与中心部分的结果是接近的。综上所 述,针对丙烷火焰,由于火焰建模结果整体线性趋势 较好,Abel 逆变换处理虽然起到了一定的改善作 用,但考虑到 Abel 算法的复杂性,这样的改善却会 得不偿失。但从结果分析,Abel 逆变换对于预混火 焰的应用是有效的。

## 4.2 甲烷火焰实验结果

通过图 6 中丙烷结果与甲烷结果对比可以发现,相对于 B/G 的值具有显著变化的丙烷火焰,甲 烷火焰的 B/G 的值变化十分微弱,这对于甲烷当量 比的软测量造成了较大的阻碍。根据周莹等人<sup>[18]</sup> 关于火焰自由基化学发光特性的研究可以得知,预 混甲烷火焰燃烧时自由基团 CH\*与自由基团 C<sub>2</sub>\*的 变化趋势是相似的,即 CH\*/C<sub>2</sub>\* 总体变化幅度不 大,根据前文可知 CH\*/C<sub>2</sub>\* 可由火焰数据的 B/G 的 值来表征,故对于甲烷火焰 B/G 的值随当量比变化 并不明显。

由于相对于丙烷火焰,甲烷火焰的 B/G 值变化 不明显,为了进一步研究 Abel 逆变换对于甲烷火焰 的作用,本文将其单独列出来进行分析说明。其建 模结果如图 7 所示。





通过结果可以发现,未经过 Abel 逆变换处理的 甲烷火焰 B/G 的值随当量比的变化并不明显,并且 在当量比在 0.93~1.18 范围内火焰整体以及火焰中 心的建模结果显示 B/G 值随当量比变化呈上升趋 势,随后则呈下降趋势,这就导致在利用该模型进行 软测量过程中同一个 B/G 值可能对应 2 个不同的当 量比,这无疑会给实际测量带来极大的误差;而经 过 Abel 逆变换处理后的曲线线性程度有了明显提 升,且在整体上呈下降趋势,确保每一个 *B/G* 值都 只对应一个当量比,故而大大提升了模型测量的准 确度,同时也证明了针对甲烷火焰,Abel 逆变换对 于构建 *B/G* - 火焰当量比模型有显著效果。

#### 4.3 不同 Abel 逆变换算法结果比较

研究至此,分析后可以得知,Abel 逆变换对于 甲烷火焰的 B/G 值-当量比模型具有显著效果,但 对于不同的 Abel 逆变换算法在效果上也存在差异 性,因此本文还采取了不同的 Abel 逆变换算法来进 行建模并对比其效果。

本文中采取了 three point 法<sup>[14]</sup>、direct 法<sup>[19]</sup>、 onion bordas 法<sup>[20]</sup>、basex 法<sup>[21]</sup>、hansenlaw 法<sup>[22]</sup>、 onion peeling 法<sup>[14]</sup>六种不同算法来进行比较。

具体来说,three point 方法主要考虑了3个相邻 像素,提高了平滑函数的变换精度,是一种快速而稳 健的变换方法。但相对地,该方法对于转换一些梯 度变化较大、即特征明显数据的能力降低了。direct 方法使用简单的数值积分,但与基本的 Abel 逆变换 不同的是,当面对积分的奇异性时,该方法通过分段 近似求解依然能获得相当准确的变换,只是却要求 对数据进行精细采样。onion bordas 方法是 bordas 等人的洋葱去皮法,该方法与 onion peeling 法理念 相似,但是其数值解法上有较大区别。basex 方法使 用了类高斯函数基组,该方法能有效抑制图像的噪 声并保留图像中的精细特征。hansenlaw 方法将 Abel 变换解释为线性空间变量状态变量方程,这是 一种可靠且计算效率高的方法。onion peeling 方法 将核心的 Abel 逆变换简化为简单的矩阵运算,从而 实现高效的运算。

不同 Abel 逆变换算法对比结果如图 8 所示。 图 8 中,从回归函数的决定系数  $R^2$ 来做分析可知, direct 法应用于甲烷火焰的效果最好,three point 法 与 onion bordas 法效果相近,略次于 direct 法, hansenlaw 法与 basex 法的效果依次降低,而 onion peeling 法的效果最差。分析后还会发现,basex、 hansenlaw 以及 onion peeling 三种方法在当量比为  $0.93 \sim 1.53$ 范围内 B/G的值的跨度大约为 0.06, three point、direct 以及 onion bordas 三种方法在当量 比  $0.93 \sim 1.53$ 范围内 B/G的值的跨度大约为 0.04。 目前研究可知,当 B/G的值的跨度越大,就表明当 量比的变化越明显,其走势就越不会趋于平缓。基 于此可推得,three point、direct 以及 onion bordas 这 3 种方法是要优于 basex hansenlaw 以及 onion peeling 这 3 种方法的性能的。综前所述,可以得到 direct 方法应用于构建甲烷火焰的 *B/G* 值-当量比模型效 果最好。



Fig. 8 Comparison chart of different Abel inverse transform algorithms

## 5 结束语

(1) Abel 逆变换应用于火焰是可行的。本文研究结果表明,从丙烷火焰和甲烷火焰的 Abel 逆变换应用可发现其结果表现均与理论相符。

(2)对于丙烷火焰, Abel 逆变换处理起到一定 的改善效果,但其改善效果相比较于 Abel 逆变换算 法的复杂性来说却会得不偿失。

(3)对于甲烷火焰, Abel 逆变换作用十分显著。 根据实验结果, 经过 Abel 逆变换后的 *B/G* - 当量比 模型的决定系数有了极大提高。

(4) 对比甲烷火焰与丙烷火焰结果后可以发现,针对含碳量较低的燃料, Abel 逆变换对于 *B/G*值 - 当量比模型建立的改善效果更好。

(5)通过对比不同算法并综合评定后发现 Abel 逆变换的 direct 法应用于甲烷火焰的 *B/G* - 当量比 模型效果最好。

#### 参考文献

- [1] 李洪兵,张吉军. 中国能源消费结构及天然气需求预测[J]. 生态经济,2021,37(08):71-78.
- [2] TURNS S R. Introduction to combustion: Concepts and applications[M]. USA:Mcgraw-Hill College ,1999.
- [3] 左鹏. 激光诱导击穿光谱技术对甲烷空气混合当量比和火焰温度的测量研究[D]. 天津:天津大学,2014.
- [4] 林庆宇,段忆翔. 激光诱导击穿光谱:从实验平台到现场仪器
   [J]. 分析化学, 2017, 45(09): 1405-1414.
- [5] 龚岩,张婷,郭庆华,等. 多喷嘴对置式气化炉撞击火焰三维温 度场[J]. 燃烧科学与技术,2012,18(02):149-155.
- [6] KOJIMA J, IKEDA Y, NAKAJIMA T. Spatially resolved measurement of OH\*, CH\*, and C2\* chemiluminescence in the reaction zone of laminar methane/air premixed flames [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2000, 28 (2): 1757 -

1764.

- [7] HUANG Huawei, YANG Jiansheng, WANG Qian, et al. Variation of hydrocarbon compositions and ignition locations on the radiative flame initiation characteristics through multi-dimensional DFCD incorporated image analysis [J]. Fuel, 2013, 103:334-346.
- [8] YANG J, MA Z, ZHANG Y. Improved colour-modelled CH\* and C2\* measurement using a digital colour camera [J]. Measurement, 2019, 141: 235-240.
- [9] 邵华,朱丹平,吴毅雄. Abel 逆变换的数值算法[J]. 上海交通大 学报,2005,39(08):1375-1378,1388.
- [10] 邵华,朱丹平,吴毅雄. 电弧等离子体温度场中 Abel 逆变换的 数值算法分析[J]. 计算物理,2005,22(05):431-436.
- [11] SONG Y H, POHL J H, BE? R J M, et al. Nitric oxide formation during pulverized coal combustion [J]. Combustion science and technology, 1982, 28(1-2):31-40.
- [12] 王炜豪. 基于化学发光特性的火焰动力学实验方法研究[D]. 浙江工业大学,2018.
- [13] HUANG Huawei, ZHANG Yang. Imaging based chemiluminescence characterisation of partially premixed syngas flames through DFCD technique [J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2013, 38(11):4839-4847.
- [14] DASCH C J. One dimensional tomography: A comparison of Abel, onion-peeling, and filtered back projection methods [J].
   Applied Optics, 1992, 31(8):1146-1152.
- [15] De MICHELI E. A fast algorithm for the inversion of Abel's

(上接第122页)

- [3] TWIEG M, GRISWOLD M A. High efficiency RFPA module for pTX at 3 T[J]. Other, 2017, 78(4):1589 - 1598.
- [4] ATAC A, CHEN Zhimiao, LIAO Lei, et al. An HDL-based system design methodology for multistandard RF SoC's [C]// 2014 51<sup>st</sup> ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference. San Francisco, CA, USA:IEEE, 2014;1-6.
- [5] 孟帅旗,徐志平,尹新宇,等. 基于 DDS 的信号发生器基本原理 研究[J]. 科技与创新,2019(09):72-73.
- [6] 曾小润. MEMS 微陀螺谐振频率跟踪锁定技术的研究[D]. 上海:上海交通大学,2019.
- [7] 孙文超. SAR 成像算法研究及关键模块的 FPGA 实现[D]. 天津:天津大学,2018.
- [8] 张必达,王卫东,宋枭禹,等. 磁共振现代射频脉冲理论在非均 匀场成像中的应用[J]. 物理学报,2003,52(05):1143-1150.
- [9] 赵茹砚. MRI 谱仪的序列控制与射频发生电路设计[D]. 北京:

transform [J]. Applied Mathematics and Computation, 2017, 301: 12–24.

- [16] 杜健鹏,梁海霞,魏素花. 基于 Abel 变换的图像重建自适应方法[J]. CT 理论与应用研究,2017,26(04):435-445.
- [17] DANIEL H D, GIBSON S T, YURCHAK R, et al. A direct comparison of high – speed methods for the numerical Abel transform[J]. Review of Scientific Instruments, 2019, 90(6): 065115.
- [18]周莹,白永辉, 宋旭东,等. 自由基的化学发光特性在火焰光 谱诊断的应用综述[J].光谱学与光谱分析,2020,40(11): 3358-3364.
- [19] EPPINK A T J B, PARKER D H, Velocity map imaging of ions and electrons using electrostatic lenses: Application in photoelectron and photofragment ion imaging of molecular oxygen
   [J]. Review of Scientific Instruments.1997,68(9):3477.
- [20] BORDAS C, PAULIG F, HELM H, et al. Photoelectron imaging spectrometry: Principle and inversion method [J]. Review of scientific instruments, 1996, 67(6): 2257.
- [21] DRIBINSKI V, OSSADTCHI A, MANDELSHTAM V A, et al. Recon – struction of Abel – transformable images: The Gaussian basis–set expansion Abel transform method [J]. Review of Scientific Instruments, 2002, 73(7):2634.
- [22] HANSEN R. Aperture efficiency of Villeneuven \ overlinearrays
   [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1985, 33
   (6):666-669.

北京化工大学,2014.

- [10] TOWNSENDT, NELSON B. Vivado design interface: An export/ import capability for Vivado FPGA designs [C]// 2017 27<sup>th</sup> International Conference on Field Programmable Logic and Applications. Ghent, Belgium: FPL, 2017:1–7.
- [11]杨媛媛,王晓华,李敏,等. 基于 Xilinx FPGA 的中断处理[J]. 电脑知识与技术,2021,17(05):244-245.
- [12] Analog Devices, Inc. AD9958 datasheet [ EB/OL ]. [ 2005 ]. https:www.analog.com.
- [13]黄波. 巴特沃斯数字滤波器的设计与仿真实现[J]. 河南科技, 2021,40(36):10-12.
- [14] Xilinx Inc. Xilinx next generation 28 nm FPGA technology overview[EB/OL]. [2011-03-26]. https://www.BDTIC.com/ XILINX.