

文章编号: 2095-2163(2020)02-0138-04

中图分类号: O224

文献标志码: A

一种简化的布谷鸟搜索算法

李 辉

(福建水利电力职业技术学院 基础部数学教研室, 福建 永安 366000)

摘要: 对布谷鸟搜索算法中的莱维分布函数进行了简化, 并利用适应度值按概率对个体进行变异, 提出新的改进算法——一种简化的布谷鸟搜索算法。实验发现: 该算法搜索性能强, 鲁棒性高, 操作简便, 易于应用, 是一种可推广的优化算法。

关键词: 莱维飞行; 适应度; 寻优能力

A simplified cuckoo search algorithm

LI Hui

(Department of Mathematics, Fujian College of Water Conservancy and Electric Power, Yong'an Fujian 366000, China)

[Abstract] The Levi distribution function in the cuckoo search algorithm is simplified, and the fitness is mutated by probability based on the fitness value. A new improved algorithm is proposed, which is called simplified cuckoo search algorithm. The experiments find the algorithm has strong search performance, high robustness, simple operation and easy application. It is a scalable optimization algorithm.

[Key words] Levi flight; fitness; the capacity of search for optimization

0 引言

优化问题广泛存在于生活生产实践的各个领域, 其主要目的是从众多方案中选取一个(一些)性能指标达到最优的方案, 随着人类社会的不断进步和发展, 优化对象越来越复杂, 规模越来越大, 条件越来越苛刻, 传统的优化手段很难处理, 很多学者提出了智能优化算法, 如遗传算法、粒子群算法、蛙跳算法、人工鱼群算法、蜂群算法等。该类算法模拟自然界动物特性进行寻优, 对目标函数相关信息要求比较少, 且便于改进和融合, 因而日渐成为学界的研究热点。

布谷鸟搜索算法(Cuckoo Search, CS)是由剑桥大学学者 Yang 和 Suash 于 2009 年提出的, 该算法搜索机制简单, 参数少, 易于实现, 提出后受到很多学者的关注, 如孙敏等人^[1]通过自适应调整步长因子提高算法性能, 叶亚荣等人^[2]通过随机扰动提高算法的收敛速度, 张海南等人^[3]将蚁群算法与布谷鸟搜索算法融合, 提出了交互式学习的布谷鸟算法, 而宋庆庆等人^[4]则结合了拟牛顿算法对布谷鸟算法进行改进等。同时, 也有学者将布谷鸟算法应用于梯级水库调度优化^[5]、边坡滑面搜索^[6]、色彩图像分割^[7]等。

但该算法搜索性能仍有待提高, 本文进一步简化布谷鸟搜索算法的机制, 进化时充分利用群体信

息, 极大地提高了算法的收敛速度和精度, 并且将本算法应用于求解约束优化问题, 取得了较好的结果。

1 基本布谷鸟搜索算法

基本布谷鸟搜索算法通过引入鸟类的莱维飞行机制, 模拟布谷鸟的产卵行为进行寻优, 该算法设有 3 条规律, 分别阐述如下。

(1) 一只布谷鸟每年只产一个卵, 并且随机地选择一个鸟巢进行孵化。

(2) 具有最好的卵的鸟巢将被保留下来。

(3) 鸟巢按一定概率被发现, 鸟巢一旦被发现有被舍弃或者重新选位置修建。

在布谷鸟搜索算法中, 个体位置更新利用莱维分布来实现, 个体 i 的位置更新公式为:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \alpha \cdot L(\lambda), \quad (1)$$

其中, α 为步长因子, 根据具体的优化问题而定, 一般取值为 1; $L(\lambda)$ 为服从参数为 λ 的莱维分布, 即:

$$L(\lambda) = 0.01 \frac{u}{|v|} (x_i^t - x_b^t). \quad (2)$$

其中, $1 < \lambda < 3$; $v \sim N(0, 1)$; $u \sim N(0, \sigma^2)$; $\sigma = \left[\frac{\Gamma(\lambda) \sin(0.5\pi(\lambda - 1))}{2^{(\lambda-2)/2} \Gamma(0.5\lambda) (\lambda - 1)} \right]^{1/(\lambda-1)}$; x_b^t 是第 t 次迭代中的全局最优个体; Γ 是标准 Gamma 函数。

基本布谷鸟搜索算法首先在可行域内产生一组初始个体, 确定最优个体 x_b^t , 然后保留最优个体, 对

作者简介: 李 辉(1981-), 女, 硕士, 讲师, 主要研究方向: 基础数学教学、智能优化算法研究。

收稿日期: 2019-12-15

其他个体按照式(1)进行位置更新,若新个体更优,则替换;对每一个个体按概率 P_a 进行变异,即对于个体 i ,若 P_a 小于一个均匀分布的随机数,则重新随机产生一个新个体 x_{new} ,若 x_{new} 优于个体 i ,则替换,否则不替换。循环进行,直到达到收敛条件。

分析可知,基本布谷鸟搜索算法中的莱维分布过于复杂,个体在更新过程中利用了自身信息和最优个体的信息,但是在变异时随机产生新个体,没有充分利用群体信息,容易延缓算法的收敛速度,且基本布谷鸟搜索算法收敛精度不高,考虑到这些不足,本次研究简化了个体更新算法,将莱维分布函数进行了简化,便于操作和实现,同时,利用个体自身适应度和最优个体的适应度进行变异,有效地解决了算法复杂,收敛性能较差的问题,本文提出了一种改进的简化布谷鸟搜索算法(A simplified cuckoo search,SCS)。

2 一种简化的布谷鸟搜索算法

莱维分布是鸟类的莱维飞行机制的反映,但是计算偏于复杂,不便于广泛应用,且严重影响计算速度,因此,文中将莱维分布进行了简化,即对于个体 i 按照以下方式进行位置更新:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \alpha \cdot L, \quad (3)$$

$$L = 0.01 \frac{u}{|v|} (x_i^t - x_b^t), \quad (4)$$

其中, $v \sim N(0,1)$, $u \sim N(0,2)$,当随机数 $r > P_a$ 时,对个体 i 按下式进行更新:

$$x_i^t = x_i^t \cdot \frac{\|fit(x_i) - fit(x_b)\|}{\|fit(x_i) + \varepsilon\|}. \quad (5)$$

其中, $fit(x_i)$ 为个体 i 的适应度, ε 为一个极小的数,防止分母为零。

改进的简化布谷鸟搜索算法流程可表述为:

Step 1 初始化。在可行域内随机产生 n 个初始个体,设置步长因子 α , 变异概率 P_a , 最大迭代次数 T , 记录当前最优个体 x_b^t 。

Step 2 局部搜索。对除最优个体之外的所有个体按照式(3)和式(4)进行更新,若新个体更优,则替换,否则不替换。

Step 3 随机变异。对于每一个个体 x_i^t , 随机产生一个均匀分布数 r , 若 $r > P_a$, 则对个体 x_i^t 按式(5)进行变异,若新个体优于原个体,则替换;否则,保留原个体。

Step 4 判断停机条件,达到则输出最优解;否则,转 Step 2。

3 实验及结果分析

本文使用常用的 4 个测试函数,对算法的性能进行检验,测试函数见表 1。其中,函数 f_1 为单极值函数,函数 f_3 和函数 f_4 为多极值函数,根据经验,目标最优值设置也参见表 1,由于函数 f_2 的全局最优值位于一个平滑、狭长的抛物线形山谷内,由此可推得,目标精度通常为 30。相关参数设置为:个体数为 30,步长因子 $\alpha = 1$, 变异概率 $P_a = 0.25$ 。

表 1 测试函数

Tab. 1 The test functions

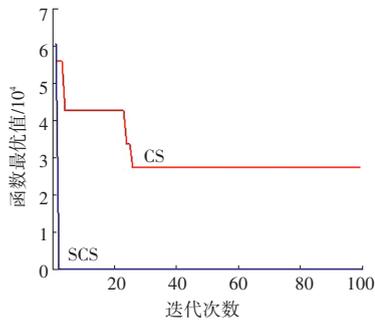
名称	公式	维数	搜索范围	理论最优值	目标最优值
Sphere f_1	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	$[-100, 100]^n$	0	$1E-15$
Rosenbrock f_2	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n-1} (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2)$	30	$[-100, 100]^n$	0	30
Rastrigrin f_3	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)$	30	$[-100, 100]^n$	0	$1E-15$
Griewank f_4	$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \cos \frac{x_i}{\sqrt{i}} + 1$	30	$[-600, 600]^n$	0	$1E-15$

DCBA 和 BA 对 4 个函数的进化对比如图 1 所示。图 1 中,横轴为算法迭代次数,纵轴为全局最优值,最大迭代次数为 100,CS 为基本布谷鸟搜索算法进化曲线,SCS 为本文算法进化曲线。从图 1 中可以清楚地看出:改进的简化布谷鸟搜索算法对 4 个测试函数的搜索速度和精度都非常出色,都可以在极少的迭代次数下找到目标最优值。

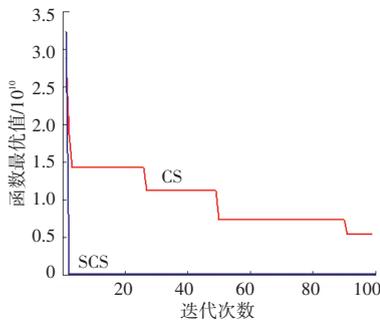
将改进布谷鸟搜索算法的搜索性能与基本布谷

鸟搜索算法和文献[8]中的算法进行比较,所得结果见表 2 和表 3。其中,CS 表示基本布谷鸟搜索算法,MPCS 表示文献[8]中的算法,SCS 表示本文中的改进算法;所有算法的最大迭代次数均为 500 次,超过 500 次仍没有达到目标最优值,则认为算法不收敛。可以看出,改进布谷鸟搜索算法的收敛精度比其它算法都高,且所需迭代次数非常少。该算法可在极少的迭代次数下搜索到函数 1、函数 3 和函

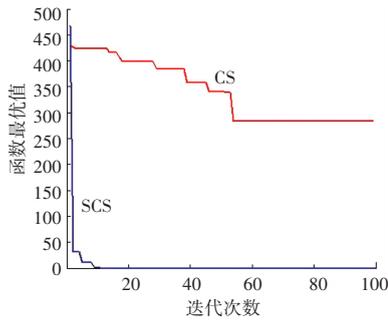
数4的理论最优值,也可以迅速找到函数2的目标最优值、且收敛率都是100%。



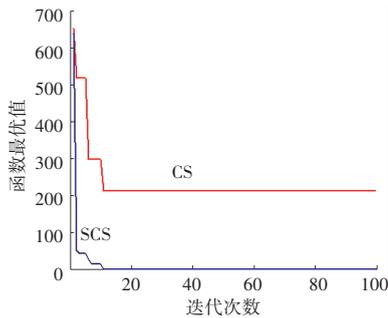
(a) 函数 f_1
(a) Function f_1



(b) 函数 f_2
(b) Function f_2



(c) 函数 f_3
(c) Function f_3



(d) 函数 f_4
(d) Function f_4

图1 迭代100次时的收敛速度和精度

Fig. 1 The convergence speed and accuracy of 100 times' iteration

表2 SCS算法与其他算法收敛精度的比较

Tab. 2 Comparison of search accuracy between SCS with other algorithms

函数	算法	最优值	最差值	平均值
f_1	CS	1.252E-16	6.578E-15	1.459E-15
	MPCS	2.617E-17	9.610E-16	2.252E-16
	SCS	0	0	0
f_2	CS	67.394	1 720.215	459.460
	MPCS	60.280	1 110.784	272.477
	SCS	28.013	29.896	28.214
f_3	CS	1.731	9.068	6.179
	MPCS	1.429	4.980	3.213
	SCS	0	0	0
f_4	CS	2.357E-03	1.365E-01	7.017E-02
	MPCS	1.166E-03	1.539E-01	3.707E-02
	SCS	0	0	0

表3 SCS算法与其他算法收敛速度的比较

Tab. 3 Comparison of search speed between SCS with other algorithms

函数	算法	收敛所需	收敛所需	收敛所需	收敛率
		最小迭代次数	最大迭代次数	平均迭代次数	
f_1	CS	955	998	982.20	12/20
	MPCS	913	997	956.20	20/20
	SCS	9	3	6.13	20/20
f_2	CS	691	994	831.30	0/20
	MPCS	540	947	722.50	0/20
	SCS	12	20	15.20	20/20
f_3	CS	500	991	802.40	0/20
	MPCS	189	984	416.90	0/20
	SCS	18	7	12.32	20/20
f_4	CS	753	986	908.00	0/20
	MPCS	664	931	806.30	0/20
	SCS	11	5	8.30	20/20

4 算法的应用

4.1 带约束的单目标优化问题

单目标约束优化问题基本模型如下:

$$\begin{aligned}
 & \min f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 & \begin{cases} g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, & m = 1, 2, \dots, M; \\ h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0, & j = 1, 2, \dots, J. \end{cases} \quad (m, j < n)
 \end{aligned} \tag{6}$$

本文在可行域内给定初始解,通过改进布谷鸟搜索算法进行不断迭代,直到找到最优解。对于约

束条件,文中使用罚函数法,即做如下数学定义:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda \left(\sum_{m=1}^M g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)^2 \right) + \gamma \left(\sum_{j=1}^J h_j(x_1, x_2, \dots, x_n)^2 \right). \quad (7)$$

其中, λ, γ 为惩罚因子,取比较大的正数。

因此,带约束的单目标优化问题解决思路为:在可行域内给定初始解,作为初始个体,按照式(7)计算适应度值,记录最优个体和当前最优值,并根据改进的简化布谷鸟搜索算法进行寻优,直至找到最优值,记录最优个体,计算出原目标函数的最优值。

4.2 数值实验

通过以下约束优化问题检验 DCBA 算法的性能:

$$\begin{aligned} \min \quad & f = 4x_1 + x_2 + x_3, \\ \text{s.t} \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ x_1, x_2, x_3 > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

该函数的理论最优值为 2.2。采用本文提出的简化布谷鸟搜索算法进行寻优,定义适应度函数为:

$$F = 4x_1 + x_2 + x_3 + \lambda \left((2x_1 + x_2 + x_3 - 4)^2 + (3x_1 + 3x_2 + x_3 - 3)^2 \right) + \gamma(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2). \quad (9)$$

设置最大迭代次数为 500 次,步长因子取 5,设置不同惩罚因子时搜索到的最优值见表 4。当惩罚因子逐渐增大时,最优值不断稳定于 2.2。

表 4 不同惩罚因子下目标函数的最优值

Tab. 4 Optimal value of objective function under different penalty functions

惩罚因子 λ	惩罚因子 γ	最优值
200	200	2.435 1
200	500	2.301 2
200	1 000	2.295 1
500	1 000	2.300 1
1 000	5 000	2.248 5
1 000	10 000	2.202 2
2 000	10 000	2.201 7
10 000	1 000 000	2.200 1

5 结束语

本文将布谷鸟搜索算法中的莱维分布函数进行了简化,提出了一种简化的布谷鸟搜索算法。该算法中不仅个体更新的莱维分布函数更加简单易算,而且在个体变异时,还引入了适应度信息,加快了算法的寻优速度,数值实验发现,该算法不仅操作简单,且寻优性能非常理想。同时,本文将新算法用于求解约束优化问题,发现其寻优效果也非常好。因此,改进的简化布谷鸟搜索算法是一种简单易行、鲁棒性高、融合性强的高性能寻优算法。

参考文献

- [1] 孙敏,房明磊,韦慧. 基于自适应步长的改进布谷鸟搜索算法[J]. 赤峰学院学报:自然科学版,2018,34(7):45.
- [2] 叶亚荣,贺兴时,张超. 基于随机扰动的自适应布谷鸟算法[J]. 计算机技术与发展,2019,29(5):77.
- [3] 张海南,游晓明,刘升,等. 交互式学习的布谷鸟搜索算法[J/OL]. 计算机工程与应用: 1-11 [2009-04-11]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.TP.20190409.1706.028.html>.
- [4] 宋庆庆,贺兴时,郭旭. 拟牛顿布谷鸟混合算法[J]. 计算机与数字工程,2019,47(3):516.
- [5] 邢冰. 布谷鸟搜索算法在梯级水库优化调度中的应用[J]. 水电能源科学,2017,32(12):52.
- [6] 杨俊毅,罗磊. 改进布谷鸟算法在边坡滑面搜索中的应用[J]. 路基工程,2019(2):156.
- [7] 邓小亚. 基于复合布谷鸟算法的彩色图像多阈值分割[J]. 计算机与数字工程.2019,47(4):944.
- [8] 郑巧燕. 布谷鸟搜索算法的改进及其在优化问题中的应用[D]. 南宁:广西民族大学,2014.