文章编号: 2095-2163(2021)04-0053-04

中图分类号: TP 391.41 文献标志码: A

基于方向可控滤波器的图像边缘检测算法研究

## 陈彦军,杨致远,徐延新

(哈尔滨师范大学 数学科学学院,哈尔滨 150025)

**摘 要:** 传统图像处理中的边缘检测方法只在一个边缘像素周围的 8 邻域中寻找 8 个方向的边缘像素,而实际的边缘方向理 论上可以是 360°中的任意方向。本文利用方向可控算子原理,使用一个包含最少基本滤波器的二阶拟合 *x* - *y* 分离滤波器,进 而将 Canny 准则与矩恒定的阈值选择原则相结合,对图像进行边缘检测。实验结果表明,所提出的检测策略在效果上明显优于其它方法。

关键词:图像处理;边缘检测;方向可控算子;Canny 准则

# Research on edge detection algorithm of image based on directional controllable filter

CHEN Yanjun, YANG Zhiyuan, XU Yanxin

(School of Mathematical Science, Harbin Normal University, Harbin 150025, China)

**[Abstract]** Traditional edge detection methods in image processing only look for edge pixels in eight directions in eight neighborhoods around one edge pixel, while the actual edge direction can be any direction in 360 degrees in theory. Based on the principle of steerable operator, this paper uses a second-order fitting X-Y separation filter which contains the least basic filter, and then combines canny criterion with the principle of constant moment threshold selection to detect the edge of the image. Experimental results show that the proposed detection strategy is superior to other methods in effect.

[Key words] Image processing; Edge detection; Steerable filter; Canny criterion

# 0 引 言

目前,用于边缘检测的一阶、二阶算子较多,常见的有 Roberts 算子,Sobel 算子和 Laplacian 算子等,这些算子本质上是计算图像的一阶或者二阶导数,并将局部最大,最小或者零交叉点确定为边缘点。然而,这些算子通常只有一个方向或者两个方向,其方向性较差。

虽然可以使用一个算子在不同旋转方向上的模板,但是算子的方向最多只有 8 个。一个较好的方法是同时应用几个方向的滤波器算子,根据组合基本线性滤波器的过滤结果来确定哪个方向的滤波器算子的反应强烈。Freeman 和 Adelson 首先引入了 "Steerable(方向可控)滤波器"的概念,该方法将多 个基本滤波器线性组合成一族任意方向的滤波器, 该滤波器的反应随方向变化,求出图像中各点反应 最强的方向及其梯度幅度,对其进行阈值分割,从而 完成边缘检测<sup>[1]</sup>;Jacob 和 Unser 设计了基于类似 Canny 准则的最优方向可控滤波器,该滤波器通过 考虑信噪比、错检和精确定位,可获得较好的性能<sup>[2]</sup>。

在对梯度图像进行阈值分割时,阈值的选取决 定检测到的边缘点数量,最常使用的是迭代法。 Tsai提出一种基于矩恒定原理的阈值确定方法,可 以根据需要分别对具有双峰或多峰的灰度条形图确 定两个或多个阈值,该方法后来得到了更广泛的应 用<sup>[3-6]</sup>。

本文首先对方向可控滤波器简要介绍,之后将 其与矩恒定原理组合使用对维纳斯雕像图像进行边 缘检测。实验结果表明该方法要略优于其它算子。

#### 1 方向可控滤波器原理

Canny 的边缘检测算法已经得到了广泛使用, 作为方向可控滤波器的特例,本文用方向可控滤波 器原理重新进行解释。首先,对平滑去噪后的图像 分别计算水平和垂直方向的梯度幅度,若 e<sup>-(x<sup>2</sup>+y<sup>2</sup>)</sup> 为 窗口函数,式(1)和式(2):

$$g_1^{0^\circ} = g_x = -2xe^{-(x^2+y^2)},$$
 (1)

基金项目: 2020 年黑龙江省大学生创新创业训练计划项目(202010231028)。

作者简介:陈彦军(1972-),男,博士,副教授,主要研究方向:图像处理、计算机视觉;杨致远(1998-),男,本科生,主要研究方向:计算机视觉、 遥感图像处理;徐延新(1980-),女,博士,讲师,主要研究方向:数理统计及应用。

(3)

$$g_1^{90^\circ} = g_y = -2ye^{-(x^2+y^2)},$$
 (2)

假定边缘的法线方向为 $\theta$ ,则将水平和垂直方向的梯度算子向该方向投影,得到新的算子,用其对图像进行卷积。 $\theta$ 的值为 $\theta^*$ 时卷积和最大,式(3)。  $\theta^*(x) = \arg \max_{a} (f * (g_1^{0^\circ} \cos(\theta) + g_1^{9^\circ} \sin(\theta))).$ 

欲求  $\theta^*$ , 对式子(3) 右端关于  $\theta$  求导, 并令其 为 0, 式(4):

 $(f * g_1^{0^{\circ}})\sin(\theta) - (f * g_1^{90^{\circ}})\cos(\theta) = 0.$ (4)

对于任意边缘点,其方向和梯度由式(5)和(6) 给出:

$$\theta^* = \arctan \frac{f(x, y) * g_1^{90^\circ}}{f(x, y) * g_1^{0^\circ}},$$
 (5)

$$r^* = \sqrt{(f * g_x)^2 + (f * g_y)^2}.$$
 (6)

以上对 Canny 算子用方向可控原理重新进行了 解释,对其进行推广。用一组互相成一定角度的基 本滤波器线性组合,构成一个方向可控滤波器,其中 每一个基本滤波器有确定的方向,式(7):

$$f^{\theta}(x,y) = \sum_{j=1}^{M} k_j(\theta) f^{\theta_j}(x,y).$$
(7)

用极坐标  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  和  $\varphi = \arg(x, y)$  可表示 为式(8):

$$f(r,\varphi) = \sum_{n=-N}^{N} a_n(r) e^{in\varphi}.$$
 (8)

确定一个方向可控滤波器  $f(r, \Phi)$  的最小基本 滤波器数量等于等式(8)的非 0 参数  $a_n(r)$  的数量。 使用形式(9):

$$h(x,y) = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=0}^{k} \alpha_{ki} \frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^{i}}{\partial y^{i}} g(x,y).$$
(9)

其中, g(x, y) 是各向同性的窗口函数; *M* 是方 向可控基本滤波器的序数;  $\alpha_{ki}$  是第 ki 项的系数。 h(x, y) 在任意方向的模板为 $h(R_{\theta}x)$ , 这里 x = (x, y),  $\beta$ , 是方向矩阵, 式(10)。

$$R_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}.$$
 (10)

信号 f(x, y) 与任意旋转后的模板  $h(R_{\theta}x)$  的 卷积可以表示为式(11):

$$f(x) * h(R_{\theta}x) = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=0}^{k} b_{k,i}(\theta) f_{k,i}(x). \quad (11)$$

函数 $f_{k,i}(x, y)$  是信号f(x, y) 与 $g_{k,i}(x, y)$  卷 积的结果,式(12):

$$f_{k,i}(x,y) = f(x,y) * \underbrace{\left(\frac{\partial^{k-i}}{\partial x^{k-i}} \frac{\partial^{i}}{\partial y^{i}} g(x,y)\right)}_{g_{k,i}(x,y)}.$$
 (12)

方向权重  $b_{k,i}(\theta)$  由式(13) 给出:

$$b_{k,i}(\theta) = \sum_{j=0}^{k} \alpha_{k,j} \sum_{l,m \in S(k,j,i)} {\binom{k-j}{l}} {\binom{j}{m}} (-1)^{m} \\ \cos(\theta)^{j+(l-m)} \sin(\theta)^{(k-j)-(l-m)}. (13)$$

这里 
$$S(k, j, i)$$
 是集合(14):

$$S(k,j,i) = \begin{cases} l,m \mid 0 \le l \le k - j; 0 \le m \le j; \\ k - (l+m) = i. \end{cases}$$
(14)

得到  $f_{k,i}(x, y)$  之后,就可以通过关于  $\theta$  的三角 多项式对  $f(x) * h(R_{\theta}x)$  的最大值及方向进行有效 估值<sup>[2]</sup>。在图像用基本滤波器卷积后,任意方向的 滤波器反应可以表示为式(15):

 $f * h_{\theta} = q_0 \cos(\theta)^M + q_1 \cos(\theta)^{M-1} \sin(\theta) + q_2 \cos(\theta)^{M-2} \sin(\theta)^2 + \dots + q_M \sin(\theta)^M.$ (15)

其中,  $h_{\theta}$  是滤波器 h(x, y) 的方向可控模板,  $q_0, \dots, q_M$  可以由基滤波器与系数  $\alpha_{k,i}$  得到。等式 (15) 是一个仅关于变量 $\theta$  的函数。因此在 $f * h_{\theta}$  的 局部最大和局部最小值处有式(16):

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (f * h_{\theta}) = 0.$$
 (16)

将得到的多个角度值代入式(15),  $\theta^* \Leftrightarrow f * h_{\theta}$ 的值最大,式(17):

$$\theta^* = \arg(f * h_{\theta})$$

$$f^*(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(R_{\theta^*} \mathbf{x})$$
(17)

使用方向可控滤波器进行边缘检测的流程图如 图 1 所示。输入图像先与基本滤波器分别进行卷 积,其结果再与对应的方向系数分别相乘,并将相乘 结果相加求和,最后得到自适应过滤结果。





#### 2 边缘检测

为了确定边缘检测的最优方向可控滤波器,需 要确定等式(9)中各向同性窗口函数g(x,y),系数 
$$g(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}).$$
 (18)

由于该最优定位方法基于不确定性原理,系数  $\alpha_{ki}$ 可以通过参考的类 Canny 最优准则得到。如果 选择的理想陡峭边缘模型为式(19):

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 0\\ 1, x \ge 0 \end{cases}, \vec{\mathfrak{R}} f(x) = \begin{cases} 0, x > 0\\ 1, x \le 0 \end{cases}.$$
(19)

最大化最优准则的滤波器作为边缘特征提取的 最优滤波器。另外,本文所以选择使用高次的方向 可控滤波器,是因为其具有较好的方向选择性和更 多的自由度。

本文设计了一个关于高斯函数二阶导数的方向 可控基本滤波器集合,最多需要3个基本函数,由于 插值函数存在式(20)的关系:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ e^{i2\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{i2\theta_1} & e^{i2\theta_2} & e^{i2\theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1(\theta) \\ k_2(\theta) \\ k_3(\theta) \end{pmatrix}.$$
(20)

令 
$$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 60^\circ, \theta_3 = 120^\circ, \text{ 由式}(20)$$
解得,  
 $k_j(\theta) = \frac{1}{3} [1 + 2\cos(2(\theta - \theta_j))], 则$ 

 $G_{2}^{\theta} = k_{1}(\theta) G_{2}^{0^{\circ}} + k_{2}(\theta) G_{2}^{60^{\circ}} + k_{3}(\theta) G_{2}^{120^{\circ}}$ 

使用 3 次多项式,利用最小二乘法,拟合可以获 得满意的近似水平(误差仅为总信号能量的 1%), 用 H2 表示拟合结果。

对于多数的方向可控滤波器, *x*,*y* 并不是分离的,这样会花费较高的计算代价,因此本文使用 *x* - *y* 分离滤波器,即将所有的基本滤波器写成关于 *x*,*y* 的多项式形式。由于基本滤波器的数量及运算复杂性随次数 *M* 增加,作为在计算复杂性和检测精度之间的折中,本文选择 *M* = 3,则有:

$$q_{3} = (3\alpha_{3,0} - 2\alpha_{3,2})f_{3,2} + \alpha_{3,2}f_{3,0} + \alpha_{1,0}f_{1,0},$$
  

$$q_{4} = \alpha_{3,0}f_{3,3} + \alpha_{3,2}f_{3,1} + \alpha_{1,0}f_{1,1}.$$

对式子(21)右端关于 $\theta$ 求一阶导数,并令其为 $0_{\circ}$ 

 $q_2 + (2q_3 - 3q_1)\tan(\theta) + (3q_4 - 2q_2)\tan^2(\theta) - q_3\tan^3(\theta) = 0.$ 

得到3个解,由于解所在区间为  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,令  $\theta + \pi$  作为另外3个解,其解为各极值点所在位置, 将6个解代回(21),得到的最大值作为边缘梯度, 该方向就是边缘的法线方向。

使用包含最少基本滤波器的二阶拟合 *x* - *y* 分 离滤波器,该方向可控滤波器可表示为式(22):

#### 3 实验结果

图 2 (a) 为一幅背景较暗的图,图 2 (b) 为方向 可控滤波器过滤的梯度图,图 2(c) 为使用 Canny 算 子及一个阈值进行边缘检测的结果,而图 2 (d) 为 使用方向可控滤波器检测边缘,并使用基于矩恒定 原理得到的两个阈值分割图像的结果;图 3(a) 为另 外一幅格雷码结构光投影图像,图 3 (b) 为使用 Canny 算子及默认阈值的检测结果,图 3(c) 为使用 所提出的策略进行边缘检测的结果,在错漏检方面, 其效果明显优于使用 Canny 算子及默认阈值的边缘 检测方法。

 $k_{i}(\theta) = -\sin^{3}(\theta)$ 

从时间代价上看,在Intel(R) Pentium(R) Dual CPU T2390 1.86GHz 782MHz 1.00GB 计算机上,使 用 Canny 算子对一幅尺寸为 1200 × 1600 大小图像 进行边缘检测所花费的时间为 5.712 1 s,而对同一 幅图像使用方向可控滤波器进行边缘检测所花费的 时间为 6.812 2 s,时间仅多花费 19.26%。



 (a) 原始灰度图像(b) 方向可控滤波器过滤的梯度图
 (a) Original gray image (b) Gradient image filtered by steerable filter



- (c)使用一个阈值二值化 (d)使用基于矩恒定原理得到 阈值检测的结果
- (c) Banalization with a (d) Threshold detection result based threshold on moment invariance principle
   图 2 基于矩恒定原理边缘检测





- (a) 原始灰度图像 (b) 使用 Canny 算子及默认阈值的检测结果
- (a) Original gray image (b) Detection results using Canny operator and default threshold



- (c)使用方向可控滤波器及基于矩恒定原理得到的阈值检测的结果
- (c) Threshold detection results based on the principle of moment constant and steerable filter

图 3 基于方向可控滤波器及矩恒定原理边缘检测

- Fig. 3 Steerable filter and moment invariance principle based edge detection
- (上接第52页)
- [5] 胡建辉,李锦庚,邹继斌,等. 变频器中的 IGBT 模块损耗计算及 散热系统设计[J]. 电工技术学报,2009(3):159-163.
- [6] 徐鹏程,陶汉中,张红. IGBT 热管式整体翅片散热器优化分析
   [J]. 制冷学报,2014,35(5):101-104.
- [7] 李广义,张俊洪,高键鑫.基于 Icepak 的斩波器中散热结构的 热分析与优化[J].华中科技大学学报(自然科学版),2020,48
   (6):1671-4512.
- [8] 贺荣,周乃君,李春阳. CRH2 高速动车组 CI 用热管散热器数值 模拟与试验研究[J].中南大学学报(自然科学版),2014,45 (10):3645-3650.
- [9] 宋波,付明志. 三相不平衡调节装置 IGBT 的散热设计与性能研 究[J]. 电气传动,2019,49(4):93-96.
- [10] 范贤光, 黄江尧, 许英杰. 凹槽型微通道传热与流动性能的数值

## 4 结束语

在对图像进行边缘检测方面,本文提出了一种 新的策略,将方向可控滤波器与基于惯性恒定原理 确定阈值方法结合进行边缘检测。方向可控滤波器 具有较好的方向选择性和计算高效性。基于理想陡 峭边缘模型,本文使用类 Canny 准则的高次方向可 控滤波器。为了抑制噪声在边缘检测之前使用了一 个自适应中值滤波器。非最大抑制和双阈值处理方 法的引入保证了获取最大的边缘长度,同时可以有 效地消除非边缘点,使用基于惯性恒定原理获取的 阈值更加准确。实验结果表明,在时间花费增加不 到 20%的前提下,使用所提出的策略进行边缘检测 可得到更好效果。

# 参考文献

- [1] FREEMAN W T, ADELSON E H. The design and use of Steerable filters [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(9): 891–906.
- [2] JACOB M, UNSER M. Design of Steerable filters for feature detection using Canny – like criteria [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(8): 1007–1019.
- [3] STEGER C. An unbiased detector of curvilinear structures [J].
   IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20
   (2): 113-125.
- [4] YANG R, CHENG S, YANG W, et al. Robust and accurate surface measurement using structured light [J]. IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, 2008, 57(6): 1275-1280.
- [5] SIMONCELLI E P, FARID H. Steerable wedge filters for local orientation analysis [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1996, 5 (9): 1377-1382.
- [6] CHEN Yanjun, ZHENG Jun, WANG Kuanquan et al. Structured Light Stripe Boundary Detection Using Steerable Filters [C]// 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling, ICCASM 2010.

分析[J]. 半导体光电,2019,41(2):232-241.

- [11]马腾飞,王文. 热源分布对自然对流散热直肋参数优化的影响 [J]. 半导体光电,2019,40(1):53-58.
- [12] 贾英杰, 罗毅飞, 肖飞, 等. 一种符合欧姆定律的 IGBT 等效电 阻模型[J]. 电工技术学报, 2020, 35(2): 310-317.
- [13] 胡庆锋, 钟良. 基于线性同余法的突发误码产生技术[J]. 通信 技术, 2013, 46(8):171-174.
- [14] 胡杨, 阮炯. 关于混沌的 Devaney 定义的一点注记[J]. 复旦大 学录报(自然科学版),1995,34(2):32-34.
- [15]张天蓉. 蝴蝶效应之谜:走近分形与混沌[M]. 北京:清华大学 出版社,2013.
- [16] 延西利,李绪梅,孙毅,等. 基于傅立叶导热定律的沥青混合料 热传导试验[J]. 交通运输工程学报,2013,13(16):1-6.