

文章编号: 2095-2163(2020)08-0084-04

中图分类号: TP399

文献标志码: A

基于改进小波变换的图像信噪比提高

董广凯, 娄莉

(西安石油大学 计算机学院, 西安 710065)

摘要: 本文为去除图像的噪声提高信噪比, 经过对小波变换自适应去噪算法的研究, 在阈值选择上结合约束最优化算法, 求解出可行域内阈值函数的最优解。阈值选择函数经过改进后, 具有在阈值选择时更稳定等优点, 从而可以更好的保留图像的有效信息。阈值的选取决定了图像的最终处理效果, 无论怎样取值总会存在一些将数值较小的信号划分为为噪声的情况, 结果就会在消除噪声的时候损失图像细节, 特别是图像的边缘特征是最重要的。所以结合约束最小二乘方滤波图像去模糊方法, 对图像进行二次处理, 以此来提升图像的信噪比。通过添加 $\sigma = 0.1$ 的高斯噪声与中值滤波、均值滤波、传统小波变换之后, 与文献[6]方法相比较, 信噪比分别提高了 8.75 dB、6.81 dB、4.55 dB 和 2.47 dB, 证明本文方法更高效。

关键词: 图像去噪; 信噪比; 最小二乘方滤波; 小波变换; 最优化

The image signal-to-noise ratio improvement based on the improved wavelet transform

DONG Guangkai, LOU Li

(School of Computer Science, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

[Abstract] In order to remove the noise of the image and improve the SNR, an adaptive denoising algorithm based on wavelet transform is studied in this paper. The improved threshold selection function has the advantages of more stability in threshold selection so that the effective information of the image can be better preserved. The selection of threshold determines the final image processing effect. No matter how the value is selected, there will always be some cases where the signal with smaller value is divided into noise. The result will cause the loss of image detail when noise is eliminated since the edge feature of the image is the most important. So the combination of constrained least squares filter image de-moding method for image secondary processing is introduced in order to enhance the SNR of the image. Compared with median filter, mean filter, traditional wavelet transform and reference [6], the signal-to-noise ratio (SNR) increased by 8.75 db, 6.81 db, 4.55 DB and 2.47 DB by adding gauss noise=0.1, which proves that this method is more efficient.

[Key words] image denoising; signal-to-noise ratio; least squares filtering; wavelet transform; optimization

0 引言

近年来,小波去噪技术在图像处理领域广泛应用,其中常用的方法是小波阈值去噪。其步骤是:先通过阈值选取处理信号高频部分的噪声,然后将获得的小波系数重构,最终获得去噪后的图像。阈值的选取决定着图像去噪效果的优劣程度,阈值设定的太小,处理后的图像仍会存在噪声;太大则会将有效信号误认成噪声,使处理后的图像变模糊。传统的软硬阈值去噪算法均存在一定的不足,硬阈值函数处理图像的缺点是:获得的小波估计系数在阈值处不连续,最终获得的图像会出现截断效应、震荡等不利影响;而软阈值函数虽然在处理图像时会获得较好的连续性,但不可否认的是理想的小波系数与估计小波系数之间总会存在误差,导致重构图像与原始图像之间的逼近度减弱,从而影响最后的去噪效果。因此,大量

的文献对阈值函数进行了研究和改进。在阈值函数中加入调节因子,去噪效果并不理想^[1];在改进的阈值函数中加入调整参数 m 进行优化,效果有一定优化^[2];采用多层阈值函数的小波去噪,根据采样长度的不同决定调节因子,但并未分析层数与去噪效果的影响^[3];采用自适应的阈值去噪函数,通过设置合适的参数来减少小波系数和小波估计系数之间的偏差,但是去噪效果并不理想^[4];采用的可变阈值函数在选取调节因子 m 时,需要做大量的比较组实验,任务量较大^[5];在选择滤波窗口时需要根据像素值改变窗口大小,随之加大了计算量^[6]。通过对以上算法的探讨及学习,本文在现有研究文献的基础上,结合最优化算法,选取出当前调节因子下的最优阈值,并将小波重构后的图像用约束最小二乘方滤波图像去模糊方法,对图像进行二次处理,以此来提升图像的信噪比,

作者简介: 董广凯(1994-),男,硕士研究生,主要研究方向:通信工程与图像处理;娄莉(1970-),女,硕士,副教授,主要研究方向:通信工程与图像处理。

收稿日期: 2020-06-18

从而达到提高信噪比的目的。

1 小波图像去噪原理

图像的噪声来源有两个: 获取图像以及传输图像。这两个过程因为外部因素不可避免的使图像受到污染, 建立噪声表达式如下:

$$W_{i,j} = X_{i,j} * \delta + N, \quad (1)$$

其中, X 表示原始信号; W 表示受噪声影响的图像; N 表示加性噪声多受元器件影响; δ 表示乘性噪声(主要由信道误差引起); i 和 j 为图像单一像素的纵横坐标。利用小波变换对接收到的信号进行处理, 来获得更准确得 W 值。

小波变换定义:

$$W_{T(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi * \left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (2)$$

小波变换逆变换:

$$x(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{T(a,b)} \frac{1}{\sqrt{a}} * \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db, \quad (3)$$

其中, $C = \int \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw$, $x(t)$ 是需要检测的信号; $\Psi(x)$ 为基本小波函数; a 为伸缩量系数; b 为平移量系数。

硬阈值函数如下:

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} w_{i,j}, & |w_{i,j}| \geq \lambda; \\ 0, & |w_{i,j}| < \lambda. \end{cases} \quad (4)$$

软阈值函数如下:

$$\hat{w}_{i,j} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{i,j})(|w_{i,j}| - \lambda), & |w_{i,j}| \geq \lambda; \\ 0, & |w_{i,j}| < \lambda. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\hat{w}_{i,j}$ 为估计小波系数; $w_{i,j}$ 为分解小波系数; $\text{sgn}(w_{i,j})$ 为取符号; λ 为阈值。小波阈值去噪的步骤为: (1) 小波分解; (2) 确定各层的小波系数的阈值量化; (3) 重新构造图像。

1.1 小波阈值函数改进

阈值选取的过大或者过小, 都会造成处理图像时误差的产生。因此, 如何获得合适的阈值、阈值函数是本文的研究点。综合软硬阈值函数的优缺点及约束最优化方法, 构造公式如下:

$$\begin{cases} P(\lambda, M) = \hat{W}_{i,j}(\lambda) + M\hat{P}(\lambda), \\ \hat{W}_{i,j} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{i,j})(|w_{i,t}| - \varepsilon\lambda), & \lambda \leq w_{i,j}; \\ 0, & \lambda \geq |w_{i,j}|. \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

构造公式中, 非负参数 M 被称为罚因子, 其由约束化问题的目标函数 $\hat{W}_{i,j}$ 和一个根据约束问题的非负约束函数 $M\hat{P}$ 构成的。其中, $\hat{P}(\lambda)$ 称为罚函数, 特点是

当罚函数落在可行域时数值等于零, 在可行域外函数值会被无限放大。因此得到: 当辅助函数在可行域内时, 值与目标函数是相等的; 而在可行域外时罚函数的值远远大于目标函数值, 并且远远大于目标函数满足条件时的最优值。这样求解约束问题的最优解 λ , 就相当于求解辅助函数的无约束问题的最优解 λ 。

迭代方法如下:

Step 1 设定初始值 $\lambda^0 \in R^n$, 初始罚因子 $M_0 = 1, \beta = 2, \beta = 3$, 允许误差 $\eta > 0$, 令 $k = 0$ 。

Step 2 求解无约束问题:

$$\begin{aligned} \min P(\lambda, M_k) &= \min \{ \hat{W}_{i,j}(\lambda) + M_k \hat{P}(\lambda) \} = \\ &= \min \{ \hat{W}_{i,j}(\lambda) + M_k \left(\sum_{j=1}^m \min \{ 0, g_i(\lambda) \}^a + \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1}^l |h_j(\lambda)|^\beta \right) \} \end{aligned}$$

设求得极小值点为 λ^{k+1} 。

Step 3 若罚项 $M_k \hat{P}(\lambda^{k+1}) < \eta$, 则停止, 得近似解 $\lambda^* = \lambda^{k+1}$; 否则, 令 $M_{k+1} = 10M_k, k = k + 1$, 转 step2。

如此反复, 直至辅助函数的无约束问题的最优解落入可行域为止。逐次加大罚因子的目的, 主要是为了避免辅助函数的解析性质变坏, 从而使得在用无约束优化方法求解辅助函数的最优解时, 出现迭代不收敛的情形, 保证在 $\pm \lambda$ 处函数连续。

1.2 最小二乘方滤波

无论通过什么方法获取阈值, 那些数值较小的信号系数都会被误认为噪声。由此带来的结果是在消除噪声时, 会损失图像的部分细节, 需采取其它方法处理图像的模糊问题。与维纳滤波相比, 约束最小二乘方滤波需要用到的两个参数——方差和均值, 都可以从模糊图像中计算出来。而维纳滤波不足之处是获取未退化图像时比较困难, 并且难以计算噪声的功率谱。也就是说, 用一个常数来估计功率谱比得到的结果并不准确。这是约束最小二乘方滤波区别于维纳滤波的一个重要优点, 公式如下:

$$C = \sum_0^{M-1} \sum_0^{N-1} [\nabla^2 f(x, y)]^2. \quad (7)$$

约束条件:

$$\| C - HF \|^2 = \| N \|^2. \quad (8)$$

其中, \hat{F} 为模糊图像的估计; N 为加性噪声; ∇^2 表示平滑度; $\| N \|^2 \triangleq N^T N$ 是欧几里得向量范数; C 表示处理后的图像; H 表示退化函数。在处

理噪声放大时,约束最小二乘滤波具有自动抑制的功能,其表现为图像的小细节增强。与用维纳滤波方法处理的图像相比,该方法处理后的图像更加平滑,改善了复原图像的信号噪声,和边缘问题。

1.3 实验结果对比

(1)当加入 $\sigma = 0.1$ 高斯噪声后的处理结果如图1—图7所示。

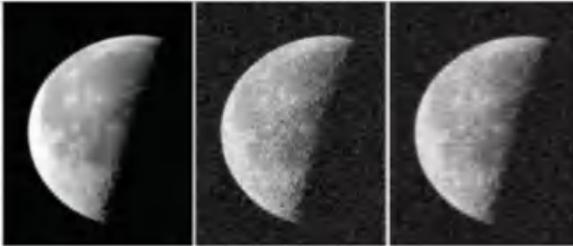


图1 样本图像 图2 加噪图像 图3 中值滤波

Fig. 1 Sample image Fig. 2 Noise image Fig. 3 Median denoising



图4 均值滤波

图5 小波变换

Fig. 4 Mean denoising

Fig. 5 Wavelet transform



图6 文献[6]方法

图7 本文方法

Fig. 6 Document [6] method

Fig. 7 Method in this paper

(2)当加入 $\sigma = 0.05$ 高斯噪声后的处理结果如图8—图14所示。



图8 样本图像

图9 加噪图像

图10 中值滤波

Fig. 8 Sample image Fig. 9 Noise image Fig. 10 Median denoising



图11 均值滤波

图12 小波变换

Fig. 11 Mean denoising

Fig. 12 Wavelet transform



图13 文献[6]方法

图14 本文方法

Fig. 13 Document [6] method

Fig. 14 Method in this paper

高斯噪声去除结果见表1。

表1 不同去噪方法比较

Tab. 1 Comparison of different denoising methods

Method	Median filtering	Mean filtering	Wavelet transform	New threshold function ^[6]	This article method
variance $\sigma = 0.1$					
pout	19.07	21.01	23.27	25.35	27.82
moon	18.64	17.92	17.72	18.93	19.09
lena	20.18	20.85	19.01	21.05	21.40
thread	18.15	23.05	22.77	23.23	23.20
variance $\sigma = 0.005$					
pout	28.70	16.71	19.22	24.58	26.31
moon	21.21	20.57	20.24	20.18	20.77
lena	22.30	21.88	22.15	22.37	22.55
thread	20.88	25.07	25.11	25.18	25.60
variance $\sigma = 0.001$					
pout	27.18	26.41	27.01	28.24	28.48
moon	25.30	25.14	24.98	25.36	25.69
lena	26.16	22.88	23.45	24.07	24.04
thread	26.93	27.08	28.82	29.56	29.93