

刘赞,王友国. 基于卷积神经网络的多噪声随机共振研究[J]. 智能计算机与应用, 2024, 14(10): 201-205. DOI: 10. 20169/j. issn. 2095-2163. 241029

# 基于卷积神经网络的多噪声随机共振研究

刘 赞, 王友国

(南京邮电大学 理学院, 南京 210023)

**摘要:** 针对噪声增强卷积神经网络缺少考虑噪声类型对模型性能影响的问题, 提出了一种改进的噪声增强卷积神经网络算法, 使用整流线性函数作为激活函数, 向输出神经元分别加入均匀噪声、高斯噪声和拉普拉斯噪声, 对比研究了不同噪声类型下卷积神经网络中存在的噪声增益。MNIST 数据集上的仿真实验结果表明, 改进的噪声增强卷积神经网络具有更高的分类准确率, 同时发现拉普拉斯噪声为模型的最优噪声类型。

**关键词:** 卷积神经网络; 随机共振; 加性噪声; 交叉熵

中图分类号: TP183

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2024)10-0201-05

## Multi-noise stochastic resonance study based on convolutional neural network

LIU Yun, WANG Youguo

(College of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that noise-enhanced convolutional neural networks do not consider the influence of noise types on model performance, an improved noise-enhancing convolutional neural network algorithm is proposed, which uses the rectified linear function as the activation function to add uniform noise, Gaussian noise and Laplace noise to the output neurons, and compares and studies the noise gain existing in convolutional neural networks under different noise types. The simulation results on the MNIST dataset show that the improved noise-enhancing convolutional neural network has higher classification accuracy, and it is demonstrated that Laplace noise is the optimal noise type of the model.

**Key words:** convolutional neural network; stochastic resonance; additive noise; cross entropy

## 0 引言

卷积神经网络是一类包含卷积运算的神经网络模型, 是深度学习的代表性算法<sup>[1]</sup>。在处理图像数据方面, 卷积神经网络作为深度学习的一个重要分支, 在图像分类<sup>[2]</sup>等领域得到了广泛的应用。早期的卷积神经网络是 LeCun 等学者<sup>[3]</sup>在 1998 年提出的 LeNet-5 模型, 但模型存在过拟合的问题。2017 年, Krizhevsky 等学者<sup>[4]</sup>提出了 AlexNet, 首次在 CNN 中使用了 dropout 等方法, 减少了模型的过拟合问题。此后, 不断有新的卷积神经网络相继问世, 如 VGG、GoogLeNet、ResNet 等, 主要在模型的深度方面进行改良, 但模型复杂度的提升也带来训练效率降低的缺点。

随着随机共振理论的发展, 卷积神经网络的优

化研究出现了新的方向。1981 年, Benzi 等学者<sup>[5]</sup>在解释地球冰川期气候与暖期气候交替出现的现象时首次提出随机共振 (Stochastic Resonance, SR) 的概念, 揭示了在一些非线性系统中可能存在噪声增益。2000 年, Stocks<sup>[6]</sup>提出了阈上随机共振 (Suprathreshold Stochastic Resonance, SSR) 的概念, 将随机共振理论扩展到阈上信号的范畴。此后随机共振理论也广泛应用于深度学习等领域。2014 年, Mitaim 等学者<sup>[7]</sup>发现多种类型的噪声均可以改善无记忆阈值神经元处理信号的方式。Osoba 等学者<sup>[8]</sup>提出了期望最大化 (Expectation-Maximization, EM) 算法的噪声增益理论, 并通过高斯混合模型的实验结果证明了加入合适噪声可以提高 EM 算法的收敛速度。2013 年, Audhkhasi 等学者<sup>[9]</sup>进一步证明了反向传播 (Back Propagation, BP) 算法是广义

**基金项目:** 国家自然科学基金 (62071248)。

**作者简介:** 刘 赞 (1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 信号与信息处理。

**通讯作者:** 王友国 (1968-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 随机共振理论与应用, 信息理论及应用。Email: wangyg@njupt.edu.cn

收稿日期: 2023-05-18

哈尔滨工业大学主办 ◆ 科技创新与应用

EM 算法的一种特例,提出了 BP 算法存在噪声增益的充分条件,为研究神经网络中的噪声增益提供了理论基础。在此基础上,Kosko 等学者<sup>[10]</sup>则深入探讨了卷积神经网络中的噪声增益并提出了噪声增强卷积神经网络(Noise-enhanced CNN,NCNN)算法,通过加入均匀噪声提高了 CNN 模型分类预测效果,但未考虑不同噪声类型对模型性能的影响。

针对以上问题,本文根据随机共振理论提出了一种改进的 NCNN 算法,使用整流线性函数作为激活函数,使用小批量随机梯度下降算法更新参数,在反向传播过程中向输出神经元分别加入均匀噪声、高斯噪声和拉普拉斯噪声,对比研究了不同噪声类型下卷积神经网络中存在的噪声增益。MNIST 数据集上的仿真实验结果表明,与无噪声 CNN 相比,NCNN 模型的平均训练集交叉熵有明显降低,模型分类准确率有显著提高,且使用拉普拉斯噪声的模型分类性能优于其他模型。

## 1 算法设计

### 1.1 卷积神经网络结构

卷积神经网络主要由卷积层、池化层、全连接层、激活函数和输出层构成,如图 1 所示。

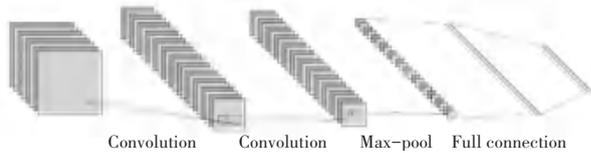


图 1 卷积神经网络结构

Fig. 1 Structure diagram of convolutional neural network

在卷积层中若输入数据  $X$  大小为  $W_x$ ,  $K$  个卷积核  $F_k$  大小为  $L_F$ , 步长为  $S$ , 无填充, 则输入  $X$  与卷积核  $F_k$  的卷积运算结果如下:

$$C_k = X \cdot F_k + B \quad (1)$$

其中,  $C_k$  中第  $i$  行第  $j$  列对应的元素可以表示为:

$$C_k(i, j) = \sum_{a=1}^{L_F} \sum_{b=1}^{L_F} X(a-i, b-j) F_k(a, b) + B(i, j) \quad (2)$$

其中,  $B$  表示对应的偏置, 卷积层输出  $C_k$  的大小为  $1 + (W_x - L_F)/S$ 。

卷积运算得到的图像特征输出是线性的, 但实际应用中的样本通常呈非线性, 因此需要引入非线性函数来激活卷积层的输出<sup>[11]</sup>。激活函数使得每个像素点的输出可以映射为激活函数值, 更好地反映实际样本特征。

池化层的主要功能是进行下采样, 对特征图做

稀疏处理, 从而达到降维的目的, 在池化层中参数是固定的, 无需训练<sup>[12]</sup>。常用的池化计算有最大池化方法, 即对每个卷积核区域的值取最大值。

全连接层将经过卷积和池化运算之后得到的特征进行重新组合, 数据在全连接层中会展开为特征向量。全连接层的计算结果如下:

$$FC = W_f \cdot C + b_f \quad (3)$$

其中,  $W_f$  表示全连接层权重系数矩阵;  $C$  表示池化层的输出;  $b_f$  为对应偏置。

最后由输出层给出模型分类预测结果, 对于图像分类问题, 输出层可以使用归一化指数(Softmax)函数来输出分类标签。

当 Softmax 函数用于分类时, 将卷积神经网络多次迭代后得到的输出结果映射到  $(0, 1)$  区间, 且输出层的各分量之和为 1, 可以看作是输入对应某一种类标签的概率<sup>[13]</sup>。输出层的计算结果如下:

$$O_k = \frac{\exp(FC \cdot U_k)}{\sum_{i=1}^K \exp(FC \cdot U_k)} \quad (4)$$

其中,  $O_k$  表示第  $k$  个神经元的输出;  $FC$  表示全连接层的输出;  $U_k$  表示第  $k$  个神经元的权重矩阵;  $K$  表示神经元的总数。

### 1.2 常见的噪声类型

随机共振理论常用的噪声类型有均匀噪声、高斯噪声和拉普拉斯噪声等。其中对于均匀分布<sup>[14]</sup>的噪声, 若其均值为 0, 方差为  $\sigma_n$ , 则均匀噪声的概率密度函数表达式如下:

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}\sigma_n}, & -\sqrt{3}\sigma_n < x < \sqrt{3}\sigma_n \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

高斯噪声的分布是一种关于均值对称的概率分布<sup>[15]</sup>, 若噪声服从均值为 0, 标准差为  $\sigma_n$  的高斯分布, 该噪声对应的概率密度函数可由下式运算求出:

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad -\infty < x < \infty \quad (6)$$

拉普拉斯噪声的分布也是一种关于均值对称的概率分布。与正态分布相比, 拉普拉斯分布的尾端更加平坦, 因此拉普拉斯分布出现极端值的概率会大于正态分布<sup>[16]</sup>。若噪声服从均值为 0, 标准差为  $\sigma_n$  的拉普拉斯分布, 该噪声对应的概率密度函数的数学定义公式具体如下:

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_n} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|x|}{\sigma_n}\right), \quad -\infty < x < \infty \quad (7)$$

### 1.3 改进的噪声增强卷积神经网络

在 EM 算法训练过程中加入合适的加性噪声可以提高算法的平均收敛速度<sup>[8]</sup>, 可以证明如下公式是加性噪声在 EM 算法中产生噪声增益的一般充分条件:

$$E_{Y,H,N|\theta^*} \left[ \ln \left( \frac{f(Y+N, H | \theta_k)}{f(Y, H | \theta_k)} \right) \right] \geq 0 \quad (8)$$

其中,  $Y$  表示观测变量;  $f$  表示  $Y$  的概率密度函数;  $N$  表示加性噪声变量;  $H$  表示模型的隐变量;  $\theta^*$  表示参数极限。在反向传播过程中, 式(8)的一般充分条件可以转化为  $N \cdot \log(O) \geq 0$ <sup>[9]</sup>。

研究可知, 在卷积神经网络中通常使用交叉熵<sup>[17]</sup>作为损失函数。设  $t$  表示输入图像的序号, 取值范围在 1 到  $T$  之间;  $y$  表示输入图像  $X$  的目标标签的独热编码向量, 即当  $k$  为正确的类时,  $y_k = 1$ , 其他  $k - 1$  个分量为 0。则反向传播算法计算输出神经元的激活向量与对应标签向量  $y$  之间的交叉熵可以表示为:

$$E(\Theta) = - \sum_{k=1}^K y_k \ln(O'_k) \quad (9)$$

其中,  $\Theta$  表示卷积神经网络的参数,  $O'$  表示对应的输出向量。

根据交叉熵的公式, 可以使用梯度下降方法迭代计算参数  $\Theta$  的极大似然估计  $\Theta^*$ , 迭代公式为:

$$\Theta^{(n+1)} = \Theta^{(n)} - \eta \nabla_{\Theta} E(\Theta) |_{\Theta = \Theta^{(n)}} \quad (10)$$

其中,  $\eta$  表示预设的学习率, 这里为取值较小的正数;  $\Theta^{(n)}$  表示参数  $\Theta$  在第  $n$  次迭代时的估计值;  $\nabla_{\Theta} E(\Theta) |_{\Theta = \Theta^{(n)}}$  表示损失函数关于参数  $\Theta^{(n)}$  的梯度。

假设模型中  $K$  个输出神经元相互独立, 此时输出的激活向量服从伯努利分布, 可得到对应的似然函数:

$$p(y | x, \Theta) = \prod_{k=1}^K p(y_k | x, \Theta) \quad (11)$$

若  $k$  为输入图像的正确标签分类则  $y_k = 1$ , 否则  $y_k = 0$ , 式(11)中的第  $k$  个因子  $p(y_k | x, \Theta)$  可以表示为  $(O'_k)^{y_k}$ , 此时神经网络的对数似然函数  $L(\Theta)$  可以表示为交叉熵的函数:

$$L(\Theta) = \ln p(y | x, \Theta) = \ln \prod_{k=1}^K p(y_k | x, \Theta) = \ln \prod_{k=1}^K (O'_k)^{y_k} = \sum_{k=1}^K y_k \ln(O'_k) = -E(\Theta) \quad (12)$$

因此求解使交叉熵损失函数最小的参数  $\Theta^*$  等价于求解使对数似然函数最大的参数  $\Theta^*$ 。

根据上述假设, 求解使交叉熵损失函数最小的

参数等价于求解使对数似然函数最大的参数, 使用反向传播算法迭代求解损失函数的极小值在本质上与 EM 算法迭代求解对数似然函数最大值的原理相同, 从而可以通过加入噪声来优化 CNN 训练过程。噪声增益的产生需要输出向量  $O$  服从伯努利分布, 由此本文提出了一种改进的噪声增强卷积神经网络算法: 对卷积神经网络的输出层进行改进, 在反向传播计算交叉熵时生成随机的噪声向量  $N$ , 若噪声向量  $N$  满足  $N \cdot \log(O) \geq 0$ , 则在输出神经元中加入噪声, 并使用更新后的标签向量计算交叉熵, 然后使用小批量梯度下降算法结合式(10)更新模型参数直到收敛。改进的算法流程如图 2 所示。

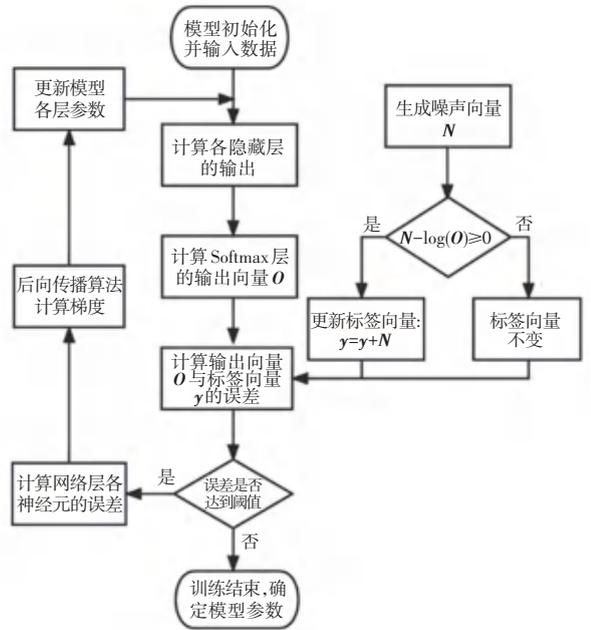


图 2 改进的算法流程

Fig. 2 Flowchart of the improved algorithm

## 2 实验仿真及结果分析

实验使用 CNN 与加入噪声的 NCNN 两种卷积神经网络进行对比来研究卷积神经网络训练过程中的随机共振现象, 2 种神经网络均使用相同的网络结构。实验模型包括 2 个卷积层, 1 个池化层和 1 个全连接层, 在卷积层中使用了 8 个  $5 \times 5$  的卷积核, 步长为 1, 2 次卷积均不使用 padding, 池化层中使用步长为 2 的  $2 \times 2$  卷积核, 使用 ReLU 函数作为激活函数。ReLU 函数在  $x > 0$  时、梯度为 1, 在  $x < 0$  时、梯度为 0, 因此可以避免 Sigmoid 函数存在的梯度消失问题<sup>[18]</sup>。

本实验在 MNIST 数据集中分别随机选择 500 个图片作为训练集和测试集, 在反向传播更新参数

的过程中,采用小批量梯度下降法将全部样本随机分为 25 组,在每次迭代更新模型参数时只使用一组样本来进行计算,因此模型训练一轮 *epoch* 需要迭代 20 次;随机生成的噪声为加性噪声,且满足均值为 0,方差为  $N_c/d$ ,其中  $N_c$  为噪声强度, $d$  为迭代次数。

### 2.1 实验数据

MNIST 数据集中的每张图片分别显示 0~9 中的某一个数字,同时标签集包含了 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 总共 10 种数字分类。该数据集由美国国家标准与技术研究所(NIST)制作,数据集中的样本均为 28×28 像素的灰度图像。为了提高模型的分类性能与收敛速度,在训练前对数据集中的图片像素值做标准化处理。MNIST 数据集部分样本如图 3 所示。

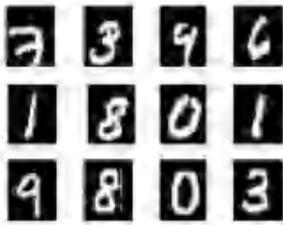


图 3 MNIST 数据集部分样本

Fig. 3 Partial samples of the MNIST dataset

### 2.2 不同噪声类型的交叉熵分析

图 4 分别为不同噪声类型下的训练集交叉熵曲

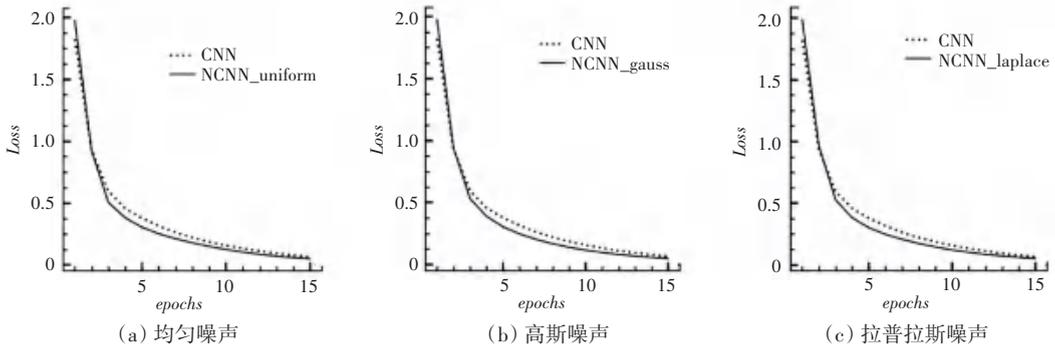


图 4 不同噪声类型下的训练集交叉熵

Fig. 4 Cross-entropy of the training set under different noise types

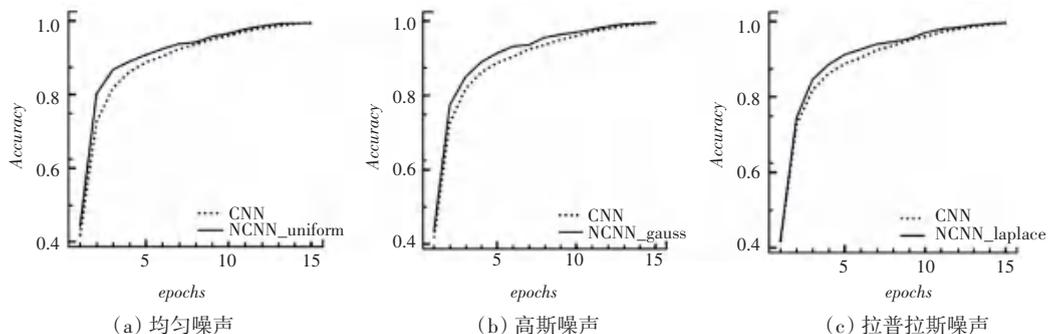


图 5 不同噪声类型下的训练集分类准确率

Fig. 5 Classification accuracy of training set under different noise types

线。由图 4 可以看到,无噪声模型的训练集交叉熵收敛速度较慢,而使用均匀噪声、高斯噪声和拉普拉斯噪声的模型收敛速度更快,说明在迭代次数相同的情况下 NCNN 模型与无噪声模型相比具有更低的训练集交叉熵。在前 10 次迭代中,使用均匀噪声的模型交叉熵平均降低了 16.3%;使用高斯噪声的模型交叉熵平均降低了 15.3%;使用拉普拉斯噪声的模型交叉熵平均降低了 18.2%。因此在 3 种噪声中拉普拉斯噪声因为其厚尾分布的特性具有最优的分类效果。

### 2.3 不同噪声类型的分类准确率分析

图 5 分别为不同噪声类型下的训练集分类准确率曲线。由图 5 可以看到,无噪声模型分类准确率较低,而加入噪声的模型分类准确率更高,说明在迭代次数相同的情况下 NCNN 模型与无噪声模型相比具有更高的训练集分类准确率,对图像有更好的分类性能。在前 10 次迭代中,使用均匀噪声的模型分类准确率平均提高了 3.1%;使用高斯噪声的模型分类准确率平均提高了 2.9%;使用拉普拉斯噪声的模型分类准确率平均提高了 3.2%。在 3 种噪声中,使用拉普拉斯噪声的模型具有最优的分类预测效果,因此在本文实验条件下拉普拉斯噪声是最优噪声类型。

不同类型噪声下的训练集实验结果见表 1。由表 1 可知,使用 3 种噪声的 NCNN 模型在迭代 100 次时的交叉熵与分类准确率均明显优于无噪声 CNN,在迭代 300 次时 NCNN 模型在交叉熵与分类准确率方面与无噪声 CNN 相差不大。实验结果表明加入噪声的模型在训练不充分时存在噪声增益,随着迭代次数增加噪声增益逐渐降低,在模型训练结束时加入噪声的模型在交叉熵和分类准确率两个指标上的表现接近于无噪声模型。

表 1 不同类型噪声的训练集分类准确率

Table 1 Classification accuracy of training set for different types of noise

噪声类型	训练集分类准确率		
	迭代 100 次	迭代 200 次	迭代 300 次
无噪声	0.886	0.961	0.998
均匀	0.908	0.966	0.998
高斯	0.912	0.971	0.998
拉普拉斯	0.914	0.972	0.998

不同类型噪声下的测试集实验结果见表 2。由表 2 可以看到,相比于无噪声 CNN,使用 3 种噪声的 NCNN 模型均得到了更高的测试集分类准确率,证明使用噪声的 NCNN 模型具有更好的分类效果和泛化能力。同时可以发现,拉普拉斯噪声的测试集分类准确率优于其他噪声。

表 2 不同类型噪声的测试集分类准确率

Table 2 Classification accuracy of test set for different types of noise

噪声类型	测试集分类准确率
无噪声	0.836
均匀	0.856
高斯	0.862
拉普拉斯	0.868

### 3 结束语

本文根据随机共振理论提出了一种改进的 NCNN 算法:在输出层中加入满足条件的加性噪声,使用 *ReLU* 函数作为激活函数,同时使用小批量随机梯度下降算法更新模型参数。通过分别使用均匀噪声、高斯噪声和拉普拉斯噪声,研究了不同噪声类型下卷积神经网络中的噪声增益。最后在 MNIST 数据集上进行仿真实验,验证了加入噪声的 NCNN 算法在训练不充分的情况下可以减少训练集交叉熵且具有更高的分类准确率,同时发现在本文的实验条件下,使用拉普拉斯噪声的卷积神经网络模型具

有最优的分类预测效果。

### 参考文献

- [1] 张荣,李伟平,莫同.深度学习研究综述[J].信息与控制,2018,47(4):385-397,410.
- [2] 陈耀文,谭晓玲.基于注意力机制的卷积神经网络在图像分类中的应用[J].科学技术创新,2021(34):166-169.
- [3] LECUN Y, BOTOU L. Gradient-based learning applied to document recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, 86(11):2278-2324.
- [4] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G. ImageNet classification with deep Convolutional Neural Networks[J]. Communications of the ACM, 2017, 60(6):84-90.
- [5] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance[J]. Journal of Physics A, 1981, 14:L453.
- [6] STOCKS N. Suprathreshold stochastic resonance in multilevel threshold systems[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(11):2310-2313.
- [7] MITAIM S, KOSKO B. Adaptive stochastic resonance in noisy neurons based on mutual information[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15(6):1526-1540.
- [8] OSOBA O, MITAIM S, KOSKO B. Noise benefits in the expectation-maximization algorithm: Nem theorems and models[C]//International Joint Conference on Neural Networks. San Jose, USA:IEEE, 2011:3178-3183.
- [9] AUDHKHASI K, OSOBA O, KOSKO B. Noise benefits in backpropagation and deep bidirectional pre-training[C]//International Joint Conference on Neural Networks. Dallas, USA:IEEE, 2013:1-8.
- [10] KOSKO A, OSOBA O, KOSKO B. Noise-enhanced convolutional neural networks[J]. Neural Networks, 2016, 78:15-23.
- [11] 周俊宇,赵艳明.卷积神经网络在图像分类和目标检测应用综述[J].计算机工程与应用,2017,53(13):34-41.
- [12] 李旭冬,叶茂,李涛.基于卷积神经网络的目标检测研究综述[J].计算机应用研究,2017,34(10):2881-2886,2891.
- [13] 黄光红,林广栋,吴尔杰,等.深度神经网络 Softmax 函数定点算法设计[J].中国集成电路,2022,31(7):60-64.
- [14] BASKIN C, LISS N, SCHWARTZ E, et al. Uniq: Uniform noise injection for non-uniform quantization of neural networks[J]. ACM Transactions on Computer Systems (TOCS), 2021, 37(1-4):1-15.
- [15] GALDI V, PIERRO V, PINTO I M. Evaluation of stochastic-resonance-based detectors of weak harmonic signals in additive white Gaussian noise[J]. Physical Review E, 1998, 57(6):6470.
- [16] KUMAR S, JHA R K. Characterization of supra-threshold stochastic resonance for uniform distributed signal with laplacian and gaussian noise[C]//2017 International Conference on Noise and Fluctuations (ICNF). Vilnius, Lithuania:IEEE, 2017:1-4.
- [17] 王小燕,江建伟,徐龙滔.基于 CMCP 和余弦间隔交叉熵的深度神经网络及其应用[J].数量经济技术经济研究,2022,39(10):170-188.
- [18] HE Tong, ZHANG Zhi, ZHANG Hang, et al. Bag of tricks for image classification with Convolutional Neural Networks[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Long Beach, USA:IEEE, 2018:558-567.