

文章编号: 2095-2163(2020)09-0012-05

中图分类号: TN918.1

文献标志码: A

不同结构的超混沌系统的自适应滑模同步

陈 宁, 蔡茂国

(深圳大学 电子与信息工程学院, 广东 深圳 518060)

摘要: 本文目的在于解决任意不同新的四维超混沌系统的同步问题。本文优先设计两个不同结构的新的四维超混沌系统, 进行同步分析。再添加外界干扰, 研究新型四维超混沌系统的混沌同步。采用自适应滑模同步进行控制, 利用 simlink 设计模块进行仿真。结果表明, 超混沌系统能够达到有效同步。

关键词: 超混沌系统; 自适应滑模同步; 混沌同步

Adaptive sliding mode synchronization of hyperchaotic systems with different structures

CHEN Ning, CAI Maoguo

(School of electronics and information engineering, Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518060, China)

[Abstract] In this paper, we solve the synchronization problem of arbitrary new four-dimensional hyperchaotic systems. Two new four-dimensional hyperchaotic systems with different structures are first designed and analyzed, and then the chaotic synchronization of the new four-dimensional hyperchaotic systems is studied under the condition of adding external interference. In this paper, the adaptive sliding mode control method is used for synchronization, and simlink design module is used for simulation. The results show that the hyperchaotic system can achieve effective synchronization.

[Key words] hyperchaotic system; adaptive synovial synchronization; chaotic synchronization

0 引言

自从1990年 Pecore 和 Carroll 提出并实现混沌同步以来, 混沌通信在世界范围内得到广泛的研究^[1]。混沌系统以非线性动力系统所特有的一种运动形式, 对初始条件极其敏感, 使得混沌通信难以捕捉, 而成为研究的热门。与低维混沌系统相比, 超混沌系统具有更高的维数, 以及更加复杂的非线性动力学行为, 使得保密性更高^[2]。

目前, 关于混沌同步的研究取得了一些研究成果, 实现了具有参数不确定性、外部干扰以及非线性控制输入的混沌系统的完全同步^[3]。但是现有的研究成果大多是在混沌系统的不确定性和外部干扰的上界已知情况下实现的同步。在实际工程应用中, 上界值一般是很难或根本无法测量的^[4]。针对带未知上界的不确定性和外界扰动的超混沌系统同步问题, 提出一种新的主动自适应滑模器和参数更新规则, 将系统中的未知参数估计至上界, 利用连续函数来替代控制律中的非连续符号, 消除滑模控制器的抖动问题, 在控制器下实现混沌同步^[5]。本文

对任意不同的超混沌系统, 是否可以实现同步进行研究, 针对这种同步问题, 设计两个新型的四维超混沌系统, 模拟外界扰动情况, 利用自适应滑模同步方法, 设计合适的控制器, 设计 simlink 模块仿真, 实现超混沌同步的研究。

1 新的四维超混沌系统

1.1 基于 Lorenz 系统的超混沌系统

超混沌系统相比低维的系统, 具有更加复杂的非线性动力学特征, 系统保密性更高, 在新三位自治混沌系统基础上, 通过引入非线性控制器, 可以构造一个可产生超混沌现象的四维系统。已知现有的 Lorenz 系统为式(1):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = b x_1 + c x_2 - x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = -d x_3 + x_1 x_2. \end{cases} \quad (1)$$

在 Lorenz 系统(1)中的第二个方程引入一个非线性控制器 x_4 , 同时令 x_4 的变化率 $\dot{x}_4 = -r x_2$, 形成一个四维的非线性学动力学系统, 这个系统的结构为式(2):

基金项目: 国家自然科学基金(NSFC61671306)。

作者简介: 陈 宁(1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理和编码; 蔡茂国(1965-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 图像处理。

通讯作者: 蔡茂国 Email: caimg@szu.edu.cn

收稿日期: 2020-06-27

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = b x_1 + c x_2 - x_1 x_3 + x_4, \\ \dot{x}_3 = -d x_3 + x_1 x_2, \\ \dot{x}_4 = -r x_2. \end{cases} \quad (2)$$

其中, $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4$ 为状态变量。选取参数 $a = 35, b = 7, c = 12, d = 3, r = 0.5$, 非线性学动力学系统成为新型四维系统。

研究新型系统是否是超混沌系统。取系统(2)为驱动系统,再取系统(3)为响应系统

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a(y_2 - y_1) + u_1, \\ \dot{y}_2 = b y_1 + c y_2 - y_1 y_3 + y_4 + u_2, \\ \dot{y}_3 = -d y_3 + y_1 y_2 + u_3, \\ \dot{y}_4 = -r y_2 + u_4. \end{cases} \quad (3)$$

式中, u_1, u_2, u_3, u_4 为非线性控制项。设系统的误差定义为式(4):

$$e = (e_1, e_2, e_3, e_4) = (y_1 - x_1, y_2 - x_2, y_3 - x_3, y_4 - x_4). \quad (4)$$

由方程(2)和方程(3),可得系统的误差系统,误差系统可表示为式(5):

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -a e_1 + a e_2 + u_1, \\ \dot{e}_2 = b e_1 + c e_2 - e_1 e_3 - x_1 e_3 - x_3 e_1 + e_4 + u_2, \\ \dot{e}_3 = -d e_3 + e_1 e_2 + x_1 e_2 + x_2 e_1 + u_3, \\ \dot{e}_4 = -r e_2 + u_4. \end{cases} \quad (5)$$

为了使系统(2)与系统(3)同步,设计一个非线性控制器为式(6):

$$\begin{cases} u_1 = (a - 1) e_1, \\ u_2 = (x_3 - a - b) e_1 - (c + 1) e_2 - e_4 + y_1 e_3, \\ u_3 = (d - 1) e_3 - e_1 x_2 - y_1 e_2, \\ u_4 = r e_2 - e_4. \end{cases} \quad (6)$$

系统非线性控制器的控制下,使得系统误差渐近为原点,使得驱动系统和响应系统达到同步。

证明 根据 Lyapunov 稳定性理论,如果存在 $V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2)$, 且 $\dot{V} < 0$, 则误差 $e_i, i = 1, 2, 3, 4$ 能趋近于原点,即驱动系统和响应系统能达到同步。

已知: $V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) > 0$.

V 沿时间 t 求导数为式(7):

$$\dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4. \quad (7)$$

将式(5)和(6)带入方程(7)中

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1(-a e_1 + a e_2 + u_1) + e_2(b e_1 + c e_2 - \\ & e_1 e_3 - x_1 e_3 + x_3 e_1 + e_4 + u_2) + e_3(-d e_3 + e_1 e_2 \\ & + x_1 e_2 + x_2 e_1 + u_3) + e_4(-r e_2 + u_4) = \\ & -(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) < 0. \end{aligned}$$

所以, \dot{V} 负定,根据李雅普诺夫稳定性定理,可知误差系统(3)在原点是全局渐进稳定的,即对任意给定系统(1)和系统(2)的初始值时,驱动方程和响应方程同步的。

采用四阶龙塔-库塔法,用 MATLAB 数值模拟驱动系统和响应系统的同步过程。数值仿真中,驱动方程初试值 $(e_1(0), e_2(0), e_3(0), e_4(0)) = (1, 1, 2, 0)$, 得到的驱动系统与响应系统的误差同步曲线如图 1 所示。

在 Matlab 数值仿真下,从图(1)误差系数 e_1, e_2, e_3, e_4 都趋向于原点,说明在非线性控制器的控制下,驱动系统和响应系统实现了同步,说明该新的四维系统是超混沌系统。

1.2 基于 chen 系统的超混沌系统

已知现有的 Chen 系统为式(8):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = b x_1 + c x_2 - x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = -d x_3 + x_1 x_2. \end{cases} \quad (8)$$

在 Chen 系统中的第一个方程中引入一个非线性控制器 x_4 , 同时令 x_4 的变化率 $\dot{x}_4 = x_2 x_3 - r x_4$, 形成一个新的四维系统,这个系统的结构为式(9):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) + x_4, \\ \dot{x}_2 = b x_1 + c x_2 - x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = -d x_3 + x_1 x_2, \\ \dot{x}_4 = x_2 x_3 - r x_4. \end{cases} \quad (9)$$

其中, $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in R^4$ 为状态变量。选取相同的参数 $a = 35, b = 7, c = 12, d = 3, r = 0.5$, 研究新的四维系统是否处于超混沌状态。设系统(8)为驱动系统,再取系统(10)为响应系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a(y_2 - y_1) + y_4 + u_1, \\ \dot{y}_2 = b y_1 + c y_2 - y_1 y_3 + u_2, \\ \dot{y}_3 = -d y_3 + y_1 y_2 + u_3, \\ \dot{y}_4 = y_2 y_3 - r y_4 + u_4. \end{cases} \quad (10)$$

式中, $u_i, i = 1, 2, 3, 4$ 为非线性控制项。定义系统误差为式(11):

$$e = (e_1, e_2, e_3, e_4) = (y_1 - x_1, y_2 - x_2, y_3 - x_3, y_4 - x_4). \quad (11)$$

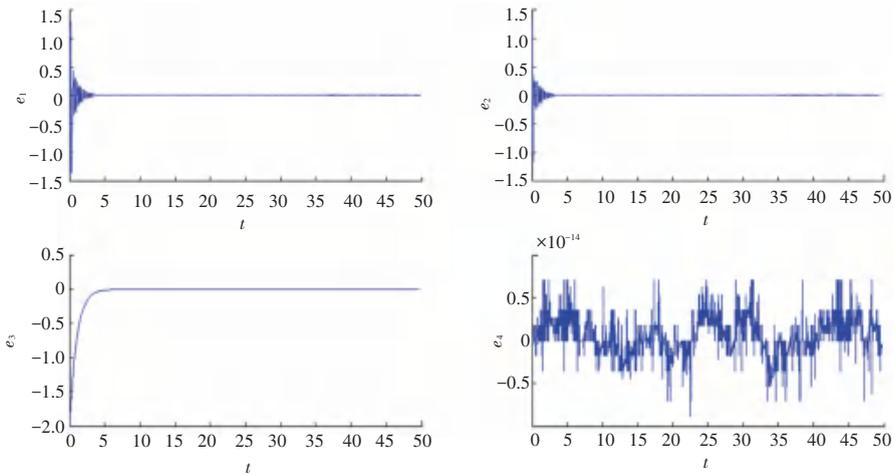


图1 驱动系统和响应系统误差同步曲线

Fig. 1 Error synchronization curve of drive system and response system

则误差系统可表示为式(12):

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -a e_1 + a e_2 + e_4 + u_1, \\ \dot{e}_2 = b e_1 + c e_2 - e_1 e_3 - x_1 e_3 - x_3 e_1 + u_2, \\ \dot{e}_3 = -d e_3 + e_1 e_2 + x_1 e_2 + x_2 e_1 + u_3, \\ \dot{e}_4 = e_2 e_3 + x_2 e_3 + x_3 e_2 - r e_4 + u_4. \end{cases} \quad (12)$$

为了使系统(9)与系统(10)同步,根据上述系统同步化的定义,设计了一个非线性控制器为式(13):

$$\begin{cases} u_1 = (a-1)e_1 - a e_2 - e_4, \\ u_2 = (x_1 - b)e_1 - (c+1)e_2, \\ u_3 = (d-1)e_3 - e_1 x_1, \\ u_4 = (r-1)e_4 + x_2 x_3 - y_2 y_3. \end{cases} \quad (13)$$

证明 根据 Lyapunov 稳定性理论,如果存在 $V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2)$, 且 $\dot{V} < 0$, 则误差 $e_i, i=1,2,3,4$ 能趋近于原点。即驱动系统和响应系统能达到同步。

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) > 0.$$

V 沿时间 t 的求导数为式(14):

$$\dot{V} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4. \quad (14)$$

将式(12)和式(13)带入方程(14)中:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1(-a e_1 + a e_2 + e_4 + u_1) + e_2(b e_1 + c e_2 - e_1 e_3 - x_1 e_3 - x_3 e_1 + u_2) \\ & + e_3(-d e_3 + e_1 e_2 + x_1 e_2 + x_2 e_1 + u_3) + e_4(e_2 e_3 + x_2 e_3 + x_3 e_2 - r e_4 + u_4) = \\ & -(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2) < 0. \end{aligned}$$

所以 \dot{V} 负定,根据李雅普诺夫稳定性定理,可知误差系统(12)在原点是全局渐进稳定的,即对任意给定系统(9)和系统(10)的初始值时,驱动方程和

响应方程同步的。

采用四阶龙塔-库塔法,用 MATLAB 数值模拟驱动系统和响应系统的同步过程。数值仿真中,驱动方程初始值 $(e_1(0), e_2(0), e_3(0), e_4(0)) = (0, 3, 1, 2)$, 得到的驱动系统与响应系统的误差同步曲线如图2所示。

从误差曲线可以得出,新设计的四维系统是能够实现同步的超混沌系统,针对两种不同结构的超混沌,研究其同步情况,本文采用自适应滑模同步进行研究。

2 同步控制

2.1 自适应滑模同步

不同的超混沌系统,其运动轨迹不同,在不加外部干预的条件下,很难同步,设置合适的滑模面,使得系统运动轨迹在滑模面上趋近,但系统在通信过程中会有外部干扰,在构造滑模面时需要考虑其中,本文采用自适应滑模同步方式,设计合适的控制器,研究两个混沌的同步。

考虑如下 n 维混沌系统,式(15)和式(16):

$$\dot{x} = A_1 x + f_1(x) + \delta_1(t), \quad (15)$$

$$\dot{y} = A_2 y + f_2(y) + \delta_2(t) + u(t). \quad (16)$$

式中, $x, y \in R^n$ 是系统的 n 维状态向量; $A_1, A_2 \in R^{n \times n}$ 表示系统的线性部分; $f_1(x), f_2(x) \in R^n$ 表示系统的非线性部分; $u(t)$ 是控制输入; $\delta_1(t), \delta_2(t) \in R^n$ 表示系统的外部干扰向量。

定义如下误差系统,式(17):

$$e = y - x. \quad (17)$$

将式(15)、式(16)代入式(17),可得误差系统为式(18):

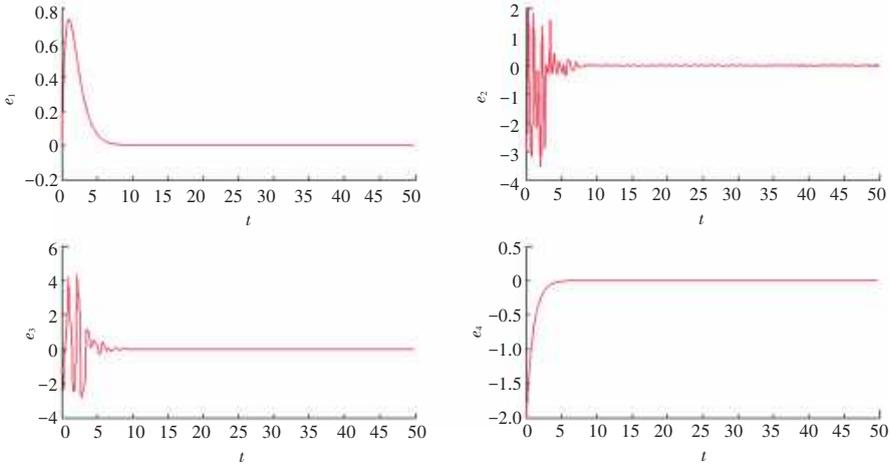


图 2 超混沌 Chen 系统的驱动系统和响应系统

Fig. 2 Driving system and response system of Hyperchaotic Chen system

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{y} - \dot{x} = A_2 y + f_2(y) + \delta_2(t) + u(t) - A_1 x - \\ & f_1(x) - \delta_1(t) = A_2 e - (A_1 - A_2)x + f_2(y) - \\ & f_1(x) + \delta_2(t) - \delta_1(t) + u(t). \end{aligned} \quad (18)$$

令 $F(x, y) = f_2(y) - f_1(x) - (A_1 - A_2)x$, 则 $e = A_2 e + F(x, y) + \delta_2(t) - \delta_1(t) + u(t)$.

通过设计加在响应系统上的控制器, 使得驱动系统和响应系统达到同步, 也就是要满足如下条件:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|e(t)\| = \lim_{t \rightarrow +\infty} \| |y - x| \| = 0.$$

本文 $\| \cdot \|$ 表示 Euclidean 范数。

2.2 同步控制器的设计

根据主动控制的思想, 可以如下设计控制器, 式 (19):

$$u(t) = G(t) - F(x, y). \quad (19)$$

根据滑模控制律设计思想得式 (20)

$$G(t) = Kv(t). \quad (20)$$

式中, $K = [K1, K2, K3, K4]^T$ 是一个确定的增益向量。

设系统的滑模面为式 (21):

$$s = Ce. \quad (21)$$

当系统在滑模面上运动时, 系统误差应该满足: $s = Ce = 0$.

为了使状态轨迹到达滑模面上, 需要对运动点进行趋近, 这里采用的是指数趋近律, 运动点在向切换面运动速度大, 但在接近切换面时, 其速度渐近趋于零。

$$\text{趋近律公式 } \dot{s} = -\varepsilon \cdot \tanh(s) - rs. \quad (22)$$

根据上式计算可以得到:

$$\dot{s} = -\varepsilon \cdot \tanh(s) - rs = C\dot{e} = C[A_2 e + \delta_2(t) - \delta_1(t) + Kv(t)],$$

$$v(t) = -(CK)^{-1} [CA_2 e + C\delta_2(t) - C\delta_1(t) + \varepsilon \cdot \tanh(s) + rs].$$

则可以得到 $u(t)$ 公式 (23):

$$u(t) = G(t) - F(x, y) = -C^{-1} [CA_2 e + C\delta_2(t) - C\delta_1(t) + \varepsilon \cdot \tanh(s) + rs] - [f_2(y) - f_1(x) - (A_1 - A_2)x]. \quad (23)$$

3 分析讨论

本文针对设计的新四维超混沌系统, 判断是否能够实现同步, 两个新四维超混沌系统选取相同的参数 $a = 35, b = 7, c = 12, d = 3, r = 0.5$ 。

假设不确定部分:

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix} \hat{e}_0^3 & 1 & 0 & 1 \\ \hat{e}_0 & -2 & 0 & 0 \\ \hat{e}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{e}_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{u}, \quad \Delta A_2 = \begin{bmatrix} \hat{e}_2^2 & 1 & 0 & 0 \\ \hat{e}_0 & -2 & 0 & 0 \\ \hat{e}_0 & 2 & 0 & 0 \\ \hat{e}_0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dot{u}.$$

外部干扰:

$$\delta_1(t) = \begin{bmatrix} \hat{e}_1 k_1 \sin(50t) \\ \hat{e}_2 k_2 \sin(50t) \\ \hat{e}_3 k_3 \sin(50t) \\ \hat{e}_4 k_4 \sin(50t) \end{bmatrix} \dot{u}, \quad \delta_2(t) = \begin{bmatrix} \hat{e}_1 w_1 \sin(50t) \\ \hat{e}_2 w_2 \sin(50t) \\ \hat{e}_3 w_3 \sin(50t) \\ \hat{e}_4 w_4 \sin(50t) \end{bmatrix} \dot{u}.$$

其中, $k_1, k_2, k_3, k_4, w_1, w_2, w_3, w_4 \in R$,

则驱动系统为式 (24)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 35(x_2 - x_1) + x_4 + 3x_1 + x_2 + x_4 + k_1 \sin(50t), \\ \dot{x}_2 &= 7x_1 + 12x_2 - x_1 x_3 - 2x_1 + k_2 \sin(50t), \\ \dot{x}_3 &= -3x_3 + x_1 x_2 + x_1 + k_3 \sin(50t), \\ \dot{x}_4 &= x_2 x_3 - 0.5x_4 + x_3 + k_4 \sin(50t). \end{aligned} \quad (24)$$

响应系统式 (25):

$$\begin{cases}
 \dot{y}_1 = 35(y_2 - y_1) + 2y_1 + y_2 + w_1 \sin(50t) + u_1(t), \\
 \dot{y}_2 = 7y_1 + 12y_2 - y_1 y_3 + y_4 - 2y_2 + w_2 \sin(50t) + u_2(t), \\
 \dot{y}_3 = -3y_3 + y_1 y_2 + 2y_2 + w_3 \sin(50t) + u_3(t), \\
 \dot{y}_4 = -0.5y_2 + y_3 + w_4 \sin(50t) + u_4(t).
 \end{cases}
 \quad (25)$$

同步误差系统为式(26):

$$\begin{cases}
 \dot{e}_1 = -33e_1 + 36e_2 - x_1 - 2x_4 + (w_1 - k_1) \sin(50t) + u_1(t), \\
 \dot{e}_2 = 5e_1 + 10e_2 - y_1 y_3 + x_1 x_3 + y_4 + 2y_1 - 2x_2 + (w_2 - k_2) \sin(50t) + u_2(t), \\
 \dot{e}_3 = -3e_3 + y_1 y_2 - x_1 x_2 + 2y_2 - x_1 + (w_3 - k_3) \sin(50t) + u_3(t), \\
 \dot{e}_4 = e_3 - x_2 x_3 - 0.5y_2 + 0.5x_4 + (w_4 - k_4) \sin(50t) + u_4(t).
 \end{cases}
 \quad (26)$$

假设驱动系统的初始值为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = (1, 2, -1, 2)$, 响应系统的初始值为 $(y_1(0), y_2(0), y_3(0), y_4(0)) = (-2, 5, -1, 2)$ 。根据已知设计的系统参数设计 simlink 模块进行仿真,图3是滑模控制器的输出,图4~图7是在控制器作用下,系统误差的输出。

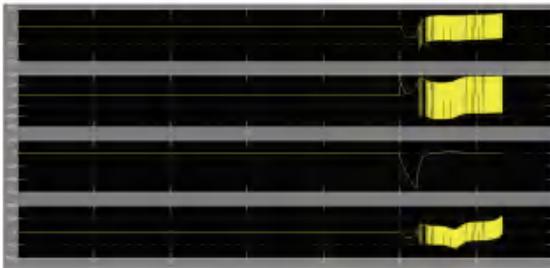


图3 滑模控制器的输出

Fig. 3 Output of sliding mode controller

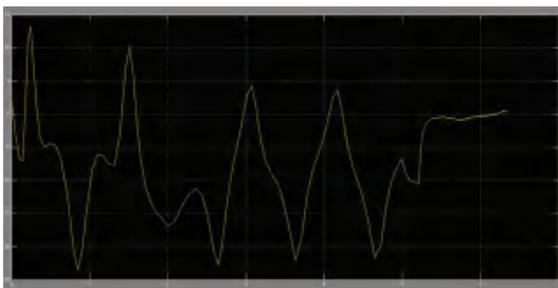


图4 误差 e_1 输出

Fig. 4 Error e_1 output

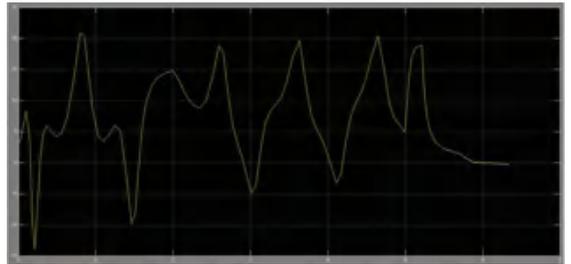


图5 误差 e_2 输出

Fig. 5 Error e_2 output

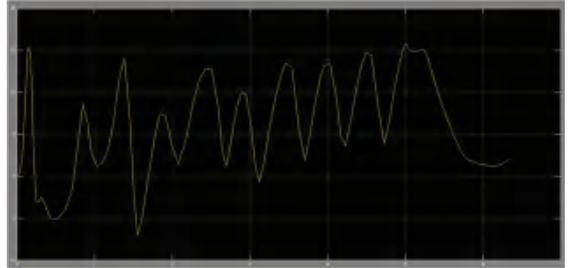


图6 误差 e_3 输出

Fig. 6 Error e_3 output

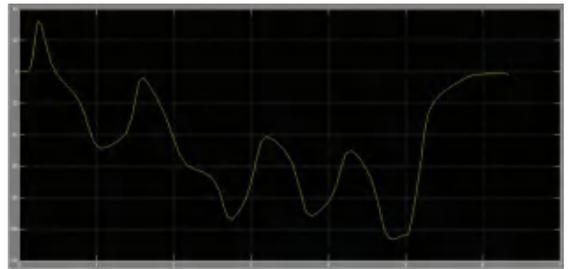


图7 误差 e_4 输出

Fig. 7 Error e_4 output

4 结束语

本文针对任意新型的四维混沌系统,以两个不同结构的混沌系统进行研究,利用自适应滑模同步的方法,对系统进行分析,根据 simlink 模块数值仿真的结果可知系统能够实现同步。在合适的控制器下的滑模面上,不同四维超混沌可以实现同步。

参考文献

- [1] PECORA L M, CARROLL A T L. Synchronization in Chaotic Systems [J]. Physical Review Letters, 1996, 64(8): 821-824.
- [2] 党红刚,何万生,郭丽峰. 超混沌 Lorenz 系统的同步[J]. 重庆工学院学报:自然科学版,2008,22(11):104-106.
- [3] LI Wanglong, CHANG Kuoming. Robust synchronization of Drive-Response Chaotic Systems via Adaptive Sliding Mode Control [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009,39(5):2086-2092.
- [4] 郭祥贵. 一类连续非线性系统的动态输出反馈 H_∞ 控制器设计 [J]. 沈阳大学学报:自然科学版,2012,24(5):62-68.
- [5] 颜闽秀,郑小帆. 基于主动自适应滑模控制的超混沌系统同步 [J]. 沈阳大学学报:自然科学版,2014,26(6), 479-484.