

文章编号: 2095-2163(2020)09-0029-04

中图分类号: TP206+.1

文献标志码: A

一种基于 Savitzky-Golay 滤波器的航磁校准方法

窦振家¹, 葛林², 韩琦²

(1 中国船舶集团有限公司 第七一五研究所, 杭州 310023; 2 哈尔滨工业大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 航磁校准是航空磁探的重要环节, 而对航磁数据进行带通滤波是航磁校准过程中的关键预处理步骤, 将直接影响 Tolles-Lawson 航空平台磁干扰模型参数的估计精度, 进而在一定程度上能够决定航磁补偿的最终效果。因此, 选择更好的带通滤波器是提升航磁干扰补偿精度的一种有效途径。鉴于此, 本文提出了一种基于 Savitzky-Golay 滤波器的航磁校准方法, 通过对两个 Savitzky-Golay 滤波器级联来实现“带通”滤波。实验结果表明, 与经典的 FIR 带通滤波器相比, 本文提出的方法能够取得更好的补偿结果。

关键词: 航空磁探; 航磁补偿; 航磁校准; Savitzky-Golay 滤波器

An aeromagnetic calibration method based on the Savitzky-Golay filter

DOU Zhenjia¹, GE Lin², HAN Qi²

(1 715th Research Institute, China State Shipbuilding Corporation Limited, Hangzhou 310023, China;

2 School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

【Abstract】 Aeromagnetic calibration is crucial for aeromagnetic survey and the band-pass filter has a key role in aeromagnetic calibration for pre-processing the aeromagnetic data to estimate the coefficients of the Tolles-Lawson model, which to some extent determines the performance of aeromagnetic compensation in an actual aeromagnetic survey. Therefore, it's an feasible approach to seek a better band-pass filter to improve the precision of aeromagnetic compensation. In this paper, an aeromagnetic calibration method based on the Savitzky-Golay filter is proposed, where the band-pass filter is implemented by cascading two Savitzky-Golay filters. The experimental results demonstrated the proposed method performed better than the traditional one based on a FIR band-pass filter.

【Key words】 aeromagnetic Survey; aeromagnetic compensation; aeromagnetic calibration; Savitzky-Golay filter

0 引言

航空磁探是指利用机载高灵敏度磁力仪对地磁场进行测量, 并通过地磁异常现象发现感兴趣的磁异常目标, 目前已广泛用于矿产勘探、地质研究、磁力反潜等领域, 具有较高的应用价值。然而, 机载磁力仪不可避免地会受到航空平台自身磁干扰的影响, 并且航空平台磁干扰通常和感兴趣的磁异常信号所处频带重叠, 故难以通过传统滤波方法对其予以去除。工程中通常采用所谓的航磁干扰补偿技术, 即: 预先建立航空平台磁干扰的数学模型并估计其待定系数, 在实际探测过程中利用航磁干扰模型及其系数实时计算航空平台产生的磁干扰并将其从磁力仪输出信号中减除, 从而得到不含航空平台磁干扰的磁场信号。其中, 航空平台磁干扰模型系数估计通常也被称为航磁校准, 是高精度航磁干扰补偿技术的关键。近年来, 随着高灵敏度磁力仪技术

水平的不断进步, 磁力仪精度越来越高, 航磁干扰补偿, 特别是航磁校准已经成为制约航空磁探性能提升的瓶颈, 并且渐引起研究人员重视。

Tolles-Lawson 模型是目前应用最广泛的航空平台磁干扰模型, 该模型将航空平台磁干扰建模为与飞机机体三轴与地磁场方向所成夹角的余弦值及其导数有关的函数^[1]。为了求解 Tolles-Lawson 模型中的待定系数, 首先需要令飞机在高空校准飞行, 即沿 4 个标准航向分别执行俯仰、摇摆和偏航 3 种机动动作, 然后根据 Tolles-Lawson 模型及校准飞行期间采集的磁总场数据和磁场三分量数据建立线性方程组, 最后通过求解线性方程组来估计 Tolles-Lawson 模型中的待定系数。由于校准飞行期间机载磁力仪测量的磁场是地球磁场与飞机干扰磁场的叠加, 在求解方程组前需要对采集到的总场信号及线性方程组方向余弦矩阵的各列进行带通滤波, 以

基金项目: 哈尔滨工业大学重点创新项目培育计划(HIT.KISTP.201414)。

作者简介: 窦振家(1988-), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向: 信号处理、模式识别、航空磁探测; 葛林(1997-), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 信号处理、多目标优化、航空磁探测; 韩琦(1981-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向: 信号处理、多媒体安全。

收稿日期: 2020-07-08

提取与飞机磁干扰有关的信号成分。鉴于航空平台磁干扰与飞机机动动作有关,工程中通常根据校准飞行机动动作的频带范围来设置带通滤波器。不难看出,所用带通滤波器将影响线性方程组的性质,从而间接影响 Tolles-Lawson 模型参数的估计精度,并最终影响航空平台磁干扰补偿效果。因此,寻找更好的带通滤波器是提升最终航磁干扰补偿性能的一种有效途径。

本文提出了一种基于 Savitzky-Golay 滤波器的航磁校准方法,通过级联两个 Savitzky-Golay 滤波器实现带通滤波。实验结果表明,与目前广泛采用的 FIR 带通滤波器相比,本文所提出的方法能够取得更好的补偿结果。

1 Savitzky-Golay 滤波器基本原理及性质

Savitzky-Golay 滤波器又被称为最小二乘多项式平滑滤波器,由 Savitzky 和 Golay 于 1964 年提出。设信号 $x[n]$, 其中 $n = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ 。若以 $n = 0$ 为中心,两侧分别有 M 个信号样本点,则可以将这段信号用多项式来拟合,即式(1):

$$p(n) = \sum_{k=0}^N a_k n^k. \quad (1)$$

并且要求该多项式与这段信号之间的拟合误差取最小值,这里拟合误差取均方差,即式(2):

$$\varepsilon_N = \sum_{n=-M}^M (p(n) - x[n])^2 = \sum_{n=-M}^M \left(\sum_{k=0}^N a_k n^k - x[n] \right)^2. \quad (2)$$

取得最小值。Savitzky-Golay 滤波器取 $p(0)$ 作为 $x[0]$ 的滤波结果,即式(3):

$$y[0] = p(0) = a_0. \quad (3)$$

式中, $y[0]$ 为 $x[0]$ 的滤波结果。在滤波时,宽度为 $2M + 1$ 的窗口沿逐个样本点向前滑动,并计算对应窗口中心位置处信号样本点的滤波结果。实际上,在滑动窗口的过程中不必实时计算多项式系数 a_k 。这是因为窗口中心位置样本点的滤波结果为 a_0 可表示为式(4):

$$y[0] = a_0 = \sum_{m=-M}^M h_{0,m} x[m]. \quad (4)$$

即窗口中心位置样本点的滤波结果是窗口中所有样本点的一个线性组合,相应的系数为 $h_{0,m}$, 这组系数可根据多项式的阶数和窗口宽度来预先计算得到。

已知多项式的阶数 N 及其滑动窗口的宽度 $2M + 1$, 构造矩阵 A^T :

$$\begin{matrix} \hat{g}(-M)^0 & \dots & (-1)^0 & (1) & (1)^0 & \dots & (M)^0 \\ \hat{e}(-M)^1 & \dots & (-1)^1 & (0) & (1)^1 & \dots & (M)^1 \\ \hat{e}(-M)^2 & \dots & (-1)^2 & (0) & (1)^2 & \dots & (M)^2 \\ \hat{e}(-M)^3 & \dots & (-1)^3 & (0) & (1)^3 & \dots & (M)^3 \\ \hat{e} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & (M)^N \\ \hat{g}(-M)^N & \dots & (-1)^N & (0) & (1)^N & \dots & (M)^N \end{matrix} \begin{matrix} \hat{y} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{matrix}$$

进而计算矩阵 $H = (A^T A)^{-1} A^T$, 其第 0 行中的 $2M + 1$ 个元素的取值便是 $h_{0,m}$, 这里 m 的取值为同(4)。

不难看出,多项式的阶数 N 以及滑动窗口的宽度 $2M + 1$ 对滤波结果具有重要影响。可将 Savitzky-Golay 滤波器近似为一个低通滤波器^[2]。当滑动窗口的宽度一定时,阶数 N 越高,滤波器的截止频率越大。当阶数一定时,滑动窗口的宽度越大,滤波器的截止频率越小。归一化截止频率与多项式及滑动窗口宽度之间的近似关系可以表示为式(5):

$$f_c = \begin{cases} \frac{N+1}{3.2M-4.6}, & M \geq 25 \text{ 且 } N < M \\ \frac{N+1}{3.2M-2}, & 10 \leq M < 25 \text{ 且 } N < M \end{cases} \quad (5)$$

当 $M < 10$ 时,归一化截止频率与多项式及滑动窗口宽度之间的关系较为复杂,式(5)不再成立。可通过组合多组 N 和 M 来得到某一通带内的信号,类似于经典滤波方法中级联多个滤波器。由于 f_c 是归一化频率,在已知采样率 f_s 时不难得到实际频率的估计值 f , 式(6):

$$f = \frac{f_c}{f_s} = \begin{cases} \frac{N+1}{3.2M-4.6} \cdot \frac{2}{f_s}, & M \geq 25 \text{ 且 } N < M \\ \frac{N+1}{3.2M-2} \cdot \frac{2}{f_s}, & 10 \leq M < 25 \text{ 且 } N < M. \end{cases} \quad (6)$$

本文将通过“级联”两个 Savitzky-Golay 滤波器实现带通滤波器。

2 算法流程及分析

2.1 算法流程

本文所提方法的算法流程见表 1。算法输入是校准飞行期间利用标量磁力仪测量到的磁总场信号和利用三分量磁力仪测量到的磁场三分量信号,采样率为 10 Hz。算法输出为 Tolles-Lawson 模型的系数向量,即航磁干扰补偿系数。

表 1 算法流程

Tab. 1 The algorithm flow

输入	三分量磁力仪输出信号向量 x, y, z ; 总场标量磁力仪输出信号向量 h ; 采样率 10 Hz;
输出	Tolles-Lawson 模型的系数向量 β

Step 1 根据 x, y, z 计算方向余弦向量 u_1, u_2, u_3 及其导数向量 $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3$;

Step 2 利用余弦向量 u_1, u_2, u_3 及其导数向量 $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3$ 根据 Tolles-Lawson 模型构造线性方程组系数求解矩阵 A ;

Step 3 令 $N = 2, M_l = 134$, 计算相应 Savitzky-Golay 滤波器的滤波系数向量 ω_l ; 同理, 令 $N = 2, M_r = 4$, 计算相应的滤波系数向量 ω_r ;

Step 4 根据式(4), 利用滤波器系数向量 ω_l 对总场信号 h 和方向余弦矩阵 A 的各列进行滤波, 分别得到 h_l 和 A_l , 利用滤波器系数向量 ω_r 对总场信号 h 和方向余弦矩阵 A 的各列进行滤波, 分别得到 h_r 和 A_r ;

Step 5 令 $h_f = h_r - h_l, A_f = A_r - A_l$;

Step 6 利用递推最小二乘法求解线性方程组 $h_f = A_f \beta$;

Step 7 返回 β 。

在 Step 1 中, 方向余弦的计算公式为(7)~(9):

$$u_1(n) = \frac{x(n)}{\sqrt{x(n)^2 + y(n)^2 + z(n)^2}}, \quad (7)$$

$$u_2(n) = \frac{y(n)}{\sqrt{x(n)^2 + y(n)^2 + z(n)^2}}, \quad (8)$$

$$u_3(n) = \frac{z(n)}{\sqrt{x(n)^2 + y(n)^2 + z(n)^2}}. \quad (9)$$

其中, n 表示采样时刻, 相应的导数向量 $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3$ 由前向一阶差分计算得到。

在 Step 2 中, Tolles-Lawson 模型如式(10)所示:

$$H_l = \sum_{i=1}^3 p_i u_i + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 a_{ij} u_i u_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 b_{ij} u_i \dot{u}_j, \quad (10)$$

其中, u_i, \dot{u}_i 表示地磁场矢量与飞机机体坐标系所成夹角的方向余弦及其导数值; p_i, a_{ij} 及 b_{ij} 表示待估系数。将式(10)写成更为紧凑的形式为式(11):

$$H_l = a \beta^T, \quad (11)$$

其中, a 是由 $u_i, u_i u_j$ 及 $u_i \dot{u}_j$ 构成的 1×18 行向量; 而 β 是由 p_i, a_{ij} 及 b_{ij} 构成的 1×18 行向量; 方向余弦矩阵 A 中的各行对应的是相应采样时刻的向量 a 。

在 Step 3 中, 考虑到在校准飞行期间各个标准航向上地磁场总体变化趋势是线性的, 故令 $N = 2$

即用一次函数来拟合信号。当 $M_l = 134$ 时根据式(6)可知滤波器系数向量 ω_l 的等效截止频率约为 0.001 Hz, 可以滤除除地磁场以外的信号成分; 当 $M_r = 4$ 时虽然不能根据式(6)估计等效截止频率, 但由于 Savitzky-Golay 本质上是低通滤波器, 故滤波系数向量 ω_r 的主要目的是对信号进行降噪。

在 Step 4 中, 利用 ω_l 对总场信号 h 和方向余弦矩阵 A 的各列进行滤波后所得结果 h_l 和 A_l 主要包含地磁场成分, 利用 ω_r 总场信号 h 和方向余弦矩阵 A 的各列进行滤波后所得结果 h_r 和 A_r 中的噪声得到了抑制, 且主要包含地磁场和航空平台磁干扰成分。

在 Step 5 中, 由于 h_f 是 h_r 和 h_l 的差, A_f 是 A_r 和 A_l 的差, 根据前文分析可知 h_f 和 A_f 中主要包含与航空平台磁干扰有关的信号分量。

在 Step 6 中, 建立线性方程组并利用递推最小二乘法求解 Tolles-Lawson 模型系数向量 β 。

2.2 算法分析

不难看出, 算法的核心在于设置 M_l 和 M_r 的最佳取值。本文的出发点是有效去除信号中的地磁场分量, 并对信号中的噪声进行抑制, 以提取出更准确的航空平台磁干扰分量。

同利用 FIR 带通滤波器提取航空平台磁干扰的方式相比, 由于采用了 2 阶多项式对信号进行拟合, 并以“相减”的方式提取航空平台磁干扰分量, 本文所提出的方法能够更好的保持航空平台磁干扰信号的原有波形特征。这将有助于提高 Tolles-Lawson 模型系数的估计精度。

3 测试结果及分析

为了验证所提方法的有效性, 选取两组校准飞行期间采集的数据用于对所提方法进行测试, 第 1 组用于估计航空平台磁干扰补偿系数, 第 2 组用于验证航磁干扰补偿效果。需要说明的是, 这里两种方法均采用了考虑地磁梯度因素影响的扩展 Tolles-Lawson 模型^[3]。

本文将 0.04-1.0 Hz 通带内剩余磁干扰的标准差作为评价指标。

第 2 组测试数据补偿前总场信号波形如图 1 所示, 对其通带滤波后所得结果如图 2 所示, 通带内磁干扰的标准差为 0.192 nT, 峰峰值约 1.68 nT。

利用基于 FIR 带通滤波器的航磁校准方法所得补偿系数和利用本文方法所得补偿系数对第 2 组测试数据总场信号分别进行补偿, 所得补偿结果经带通滤波后如图 3 所示。为了便于分析, 将基于 FIR

带通滤波器的航磁补偿结果沿纵轴向下平移了 0.5 nT 。

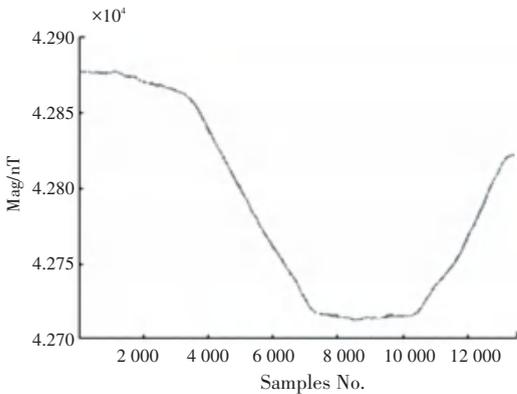


图1 补偿前总场信号波形

Fig. 1 The uncompensated total field signal

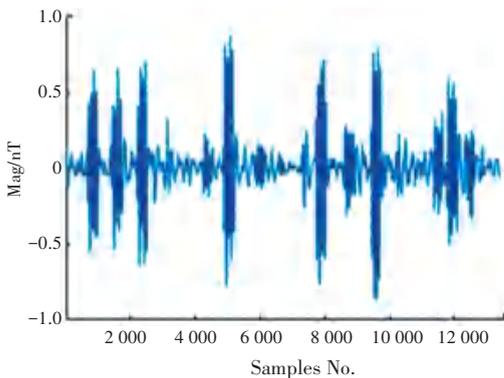
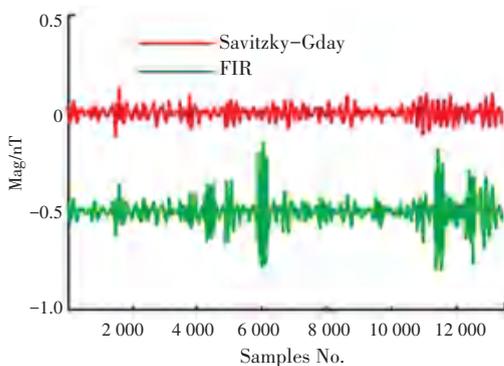


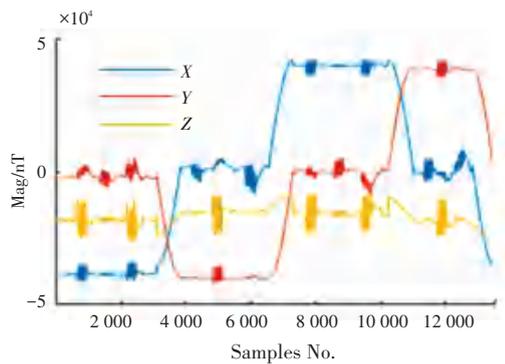
图2 补偿前通带内磁干扰波形

Fig. 2 The uncompensated band-pass filtered signal



(a) 通带内剩余磁干扰

(a) The residual magnetic interference in the pass-band



(b) 磁场三分量信号

(b) The magnetic field three-component signals

图3 补偿后通带内剩余磁干扰波形

Fig. 3 The compensated band-pass filtered signal

从图3中可以看出,基于 Savitzky-Golay 滤波器的航磁补偿结果通带内剩余磁干扰波形的波动幅度明显小于基于 FIR 滤波器的航磁补偿结果,前者通带内剩余磁干扰标准差为 0.03 nT ,改善比(即补偿前和补偿后通带内剩余磁干扰标准差之比,越大表示补偿效果越好^[4])为 6.4,后者通带内剩余磁干扰标准差约为 0.06 nT ,改善比为 3.2。由此可见本文所提方法的有效性。

4 结束语

本文提出了一种基于 Savitzky-Golay 滤波器的航磁校准方法,该方法通过对两个 Savitzky-Golay 滤波器级联来实现“带通”滤波,从而提取与航空平台磁干扰有关的信号分量。实验结果表明,作为航磁校准算法的预处理环节,该方法有助于提高航空平台磁干扰补偿系数的估计精度。

参考文献

- [1] TOLLES W E, LAWSON J D. Magnetic compensation of MAD equipped aircraft[J]. Airborne Instruments Lab. Inc., Min-cola, NY, Rept, 1950; 201-1.
- [2] SCHAFER R W. On the frequency-domain properties of Savitzky-Golay filters [C]//2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting (DSP/SPE). IEEE, 2011: 54-59.
- [3] DOU Z. An aeromagnetic compensation coefficient-estimating method robust to geomagnetic gradient[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(5): 611-615.
- [4] NORIEGA G. Aeromagnetic compensation in gradiometry—Performance, model stability, and robustness[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(1): 117-121.