

文章编号: 2095-2163(2022)11-0142-06

中图分类号: TH112

文献标志码: A

2UPR/UPS/UP 并联机器人的工作空间及承载能力优化设计

陈伟杰, 陈文波

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

摘要: 以一种具有空间三自由度 2UPR/UPS/UP 冗余并联机器人为研究对象, 根据其结构特点通过封闭矢量法建立逆运动学解析模型并得到雅可比矩阵; 基于极限空间搜索法得到末端参考点的位置工作空间, 并建立任务工作空间的承载能力评价指标。分别阐述固化角与工作空间和承载能力的关系, 为固化角的优化提供方案, 为其他并联机构的多目标优化设计提供借鉴。

关键词: 并联机器人; 工作空间; 承载能力; 参数优化

Optimal design of workspace and bearing capacity of 2UPR / UPS / UP parallel robots

CHEN Weijie, CHEN Wenbo

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

[Abstract] Taking a 2UPR / UPS / UP redundant parallel robot with spatial three degrees of freedom as the research object, according to its structural characteristics, the inverse kinematics analytical model is established by the closed vector method, and the Jacobian matrix is achieved. Based on the limit space search method, the position workspace of the end reference point is obtained, and the bearing capacity evaluation index of the task workspace is established. This paper expounds the relationship among curing angle, workspace and bearing capacity, provides a scheme for the optimization of curing angle, which has reference significance for the multi-objective optimization design of other parallel mechanisms.

[Key words] parallel robots; workspace; bearing capacity; parameters optimization

0 引言

与串联机器人相比, 并联机器人具有承载能力大、累计误差小、刚度高、结构紧凑等特点^[1]。国外 NeosRobotic 公司基于 3UPS/UP 并联机构设计的 Tricept^[2] 机器人, 加工过程中其并联部分的 UP 支链承受主要载荷, 存在受载不均匀的缺点。国内天津大学研制的 TriVariant^[3] 机器人并联部分为 2UPS/UP 并联机构, 其结构特点与 Tricept 机器人相似, 但旋转关节更少, 可以实现更高的刚度, 而受载不均匀的问题却未得到解决。与 Tricept 机器人相比, 本文提出的 2UPR/UPS/UP 并联机器人在加工过程中始终有 2 条支链同时抵抗负载, 并且旋转关节更少, 因此该并联机构承载能力更强、刚度更高。

并联机器人的运动学模型是机器人优化设计的基础, 在求解方法上可分为数值法和解析法两种。

其中, 数值法是利用牛顿-拉弗森法^[4-8] 迭代得到非线性方程组的解, 具有通用性高的优点, 但精度取决于初始值, 并且一般得不到全部解。解析法是使用代数公式法^[9-10] 消去机构约束方程组的中间参数获得高阶多项式, 并进行求解, 其特点是能够得到机构的全部解并且精度高、求解速度快。本文利用封闭矢量法建立了逆运动学解析模型, 为工作空间的搜索奠定基础。

承载能力强是并联机器人最突出的优点, 但缺点却是工作空间较小, 而工程实际则要求并联机器人在满足任务工作空间的基础上要有较强的承载能力^[11]。为有效评价机器人的整体承载能力, GOSSELIN 等人^[12] 提出了全域性能评价指标来对三自由度并联球面机构进行优化设计。文献[13-14] 将广义力椭球的长径和短径看作该位姿处能承受广义力的极大值和极小值, 并将该极值在工作空间内求均值作为全域性能评价指标。上述方法均未考虑

基金项目: 国家自然科学基金(51905337, 51775165)。

作者简介: 陈伟杰(1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 混联机器人的机构学与精度设计; 陈文波(1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 混联机器人的机构学与性能评价指标。

通讯作者: 陈伟杰 Email: 17862517167@163.com

收稿日期: 2022-02-22

工作空间边界是否发生奇异导致结果失真,因此在求解时应去除奇异的边界值。文献[15]以 Stewart 并联机器人为例,将工作空间内规定的轨迹上机器人所能承受的最大承载能力作为机器人的最大承载能力,该方法对机器人承载能力的评价并不全面。本文提出的承载能力评价指标定义在任务工作空间内,克服了上述问题及不足,具有实际工程意义。

本文以 2UPR/UPS/UP 三自由度并联机构为研究对象,运用封闭矢量法得到逆运动学解析模型和雅可比矩阵,利用极限搜索法得到其工作空间;基于任务工作空间定义该机器人的承载能力评价指标。研究固化角对工作空间和承载能力的约束关系,用来获得该机构在相同任务工作空间下的强承载能力,为后期的多目标优化设计以及动力学分析奠定基础。

1 运动学分析

1.1 构型描述

本文提出一种 2UPR/UPS/UP 冗余并联机器人,如图 1 所示。由图 1 可知,该并联机器人由动平台、定平台和 4 条支链组成。其中,动平台和定平台呈等边三角形,4 条支链中的第 1 条和第 3 条为 UPR 支链,上端通过转动副与动平台连接,下端通过虎克铰与定平台连接;第 2 条支链为 UPS 支链,上端通过球副与动平台连接,下端通过虎克铰与定平台连接;第 4 条支链为 UP 恰约束被动支链,上端与动平台固结,固化角为 δ ,下端通过虎克铰与定平台连接。

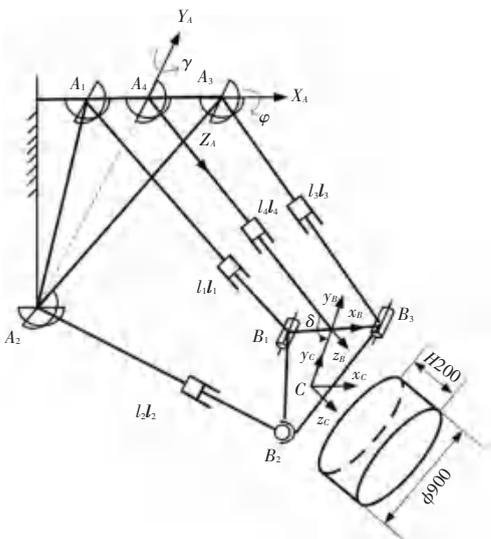


图 1 并联机器人坐标系简图

Fig. 1 Coordinate system diagram of parallel robots

在动平台和定平台分别建立基坐标系 $\{A\} - x_A y_A z_A$ 和动坐标系 $\{B\} - x_B y_B z_B$, 定平台坐标系的 x_A 轴平行于 $A_1 A_3$, z_A 轴垂直于定平台所确定的平面, 动平台坐标系的 x_B 轴平行于 $B_1 B_3$, z_B 轴垂直于动平台所确定的平面, 坐标系 $\{C\} - x_C y_C z_C$ 的姿态与坐标系 $\{B\}$ 相同, 其原点位于动平台中心。

1.2 运动学逆解建模

坐标系 $\{B\}$ 通过坐标系 $\{A\}$ 先平移、后旋转 2 次得到, 因此定义 ${}^A_B T$ 为沿基坐标系 $\{A\}$ 的 Z_A 轴移动 λ , 绕基坐标系 $\{A\}$ 的 Y_A 轴旋转 γ , 绕基坐标系 $\{A\}$ 的 X_A 轴旋转 φ 。此处需用到的数学公式可写为:

$${}^A_B T = \text{Rot}(x, \varphi) \text{Rot}(y, \gamma) \text{Tran}(z, \lambda) \quad (1)$$

由于坐标系 $\{C\}$ 和坐标系 $\{B\}$ 之间仅存在平移关系可得:

$${}^A_C T = {}^A_B T {}^B_C T = \begin{bmatrix} \hat{e}_x^A R & {}^A C \hat{u} \\ \hat{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由齐次变换矩阵的意义可知 ${}^A C$ 与 C 点在基坐

标系 $\{A\}$ 中的位置矢量 $r_c = \begin{bmatrix} \hat{e}_x^A \hat{u} \\ \hat{e}_y^A \hat{u} \\ \hat{e}_z^A \hat{u} \end{bmatrix}^T$ 相等, 故可推得:

$${}^A C = \begin{bmatrix} \hat{e}_x^A \hat{u} \\ \hat{e}_y^A \hat{u} \\ \hat{e}_z^A \hat{u} \end{bmatrix} \quad (3)$$

通过公式 (1) ~ (3) 得到动平台与定平台之间的齐次变换矩阵 ${}^A_C T$ 。

基于闭环矢量法建立如下关系:

$${}^A C = a_i + l_i l_i - b_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

其中, ${}^A C$ 表示 C 点的位置矢量; l_i 和 l_i 分别表示第 i 根支链的杆长和其单位向量; a_i 是 A_i 点在基坐标系 $\{A\}$ 中的位置矢量; b_i 是 B_i 点在基坐标系 $\{A\}$ 中的位置矢量。

对式 (4) 等式两端分别取模, 求得第 i 根支链的杆长和其单位向量为:

$$l_i = \| {}^A C + b_i - a_i \| \quad (5)$$

$$l_i = \frac{{}^A C + b_i - a_i}{\| {}^A C + b_i - a_i \|} \quad (6)$$

1.3 速度分析

对逆运动学解析表达式 (5) 的两边同时求全微分, 即:

$$N l_i = M v \quad (7)$$

其中, $l_i = [\dot{l}_1 \quad \dot{l}_2 \quad \dot{l}_3]^T$, $v = [\dot{\lambda} \quad \dot{\gamma} \quad \dot{\varphi}]^T$ 。

这里的 M, N 经过整理后可得:

$$N = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial \lambda} & 0 & 0 \\ \frac{\partial l_2}{\partial \lambda} & l_2 & 0 \\ \frac{\partial l_3}{\partial \lambda} & 0 & l_3 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}, \quad M = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial \gamma} & \frac{\partial l_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial l_2}{\partial \gamma} & \frac{\partial l_2}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial l_3}{\partial \gamma} & \frac{\partial l_3}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}$$

$$\dot{\mathbf{l}}_i = \mathbf{J} \dot{\mathbf{v}} \quad (8)$$

其中, \mathbf{J} 为 2UPR/UPS 并联机构的速度雅可比矩阵, $\mathbf{J} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{M}$ 。此处 \mathbf{J} 的第一行为线速度雅可比矩阵, 后两行为角速度雅可比矩阵。

2 工作空间分析

2.1 工作空间求解

2UPR/UPS/UP 是 2R1T 少自由度并联机器人, 受到杆件干涉以及运动副转角的限制, 该并联机器人不存在灵巧工作空间, 因此以动平台中心为参考点搜索机器人的可达工作空间。

根据机器人实际应用需求, 规定各运动支链的伸缩长度范围为:

$$800 \text{ mm} \leq l_i \leq 1400 \text{ mm} (i = 1, 2, 3, 4) \quad (9)$$

通过向量的内积定义各铰链的转角, 定平台上虎克铰 U 绕 x_A 的转角表示为:

$$\phi_{Ai} = \arccos([\mathbf{l}_i, \mathbf{a}_2] / \|\mathbf{l}_i\| \|\mathbf{a}_2\|), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (10)$$

虎克铰 U 绕 y_A 的转角表示为:

$$\chi_{Ai} = \arccos([\mathbf{l}_i, \mathbf{a}_1] / \|\mathbf{l}_i\| \|\mathbf{a}_1\|), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (11)$$

以动平台中心点 C 为参考点, 采用极限搜索法对 2UPR/UPS/UP 并联机构的工作空间进行搜索。其原理为: 根据并联机器人的尺寸参数, 确定一个能够包括机器人可能工作空间的范围; 设定搜索初值, 在 Z 轴的某一截面上搜索满足约束条件的 X, Y 值; 设置步长来改变坐标轴的 Z 值, 使其逐渐增大, 直到搜索了 Z 轴最大值和最小值之间所有的截面后, 满足限制条件的点集即为该机构的可达工作空间。

根据表 1 中机器人的初始参数逐层进行搜索后, 得到工作空间如图 2 所示。

表 1 几何参数

Tab. 1 Geometric parameters

参数	a/mm	b/mm	l_i/mm	$\delta/(\circ)$
初始值	$320\sqrt{3}$	$320/\sqrt{3}$	800	90

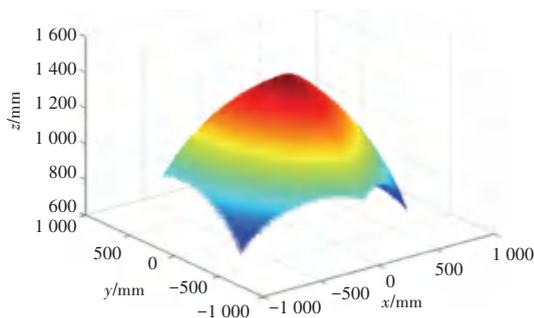


图 2 并联机器人工作空间图

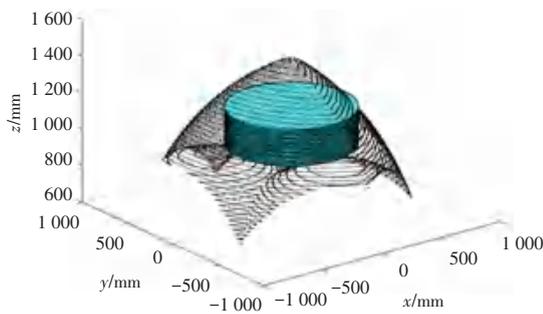
Fig. 2 Workspace diagram of parallel robots

2.2 固化角对工作空间影响的分析

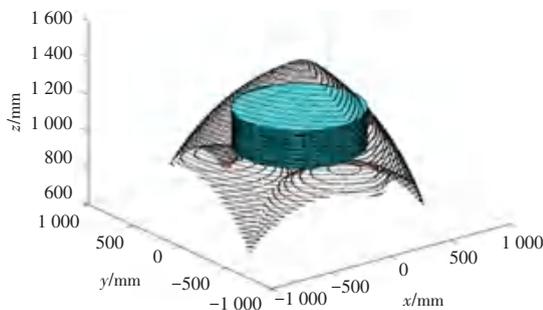
由图 1 可以看到, 固化角度 δ 为 UP 支链与动平台的夹角, 其大小会影响机构的初始位置和工作空间。为满足任务工作空间的设计需求, 针对固化角度对工作空间的影响趋势进行研究。保证动、定平台的尺寸参数不变, 分析固化角度对工作空间大小和形状的影响。

固化角度 δ 的初始值为 90° , 固化角度以增量 5° 变化至 115° 得到工作空间如图 3 所示。根据实际加工要求, 该并联机构任务工作空间为不小于 $\phi 900 * 200$ 的圆柱体, 摆放形式为圆柱底面与动平台所在平面平行。工作空间大小与固化角大小的变化规律如图 4 所示。

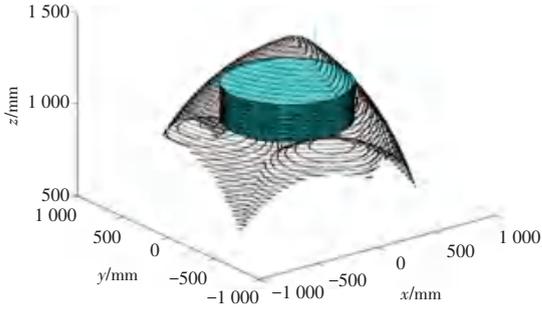
由图 4 可知, 任务工作空间与固化角的关系为开口向下的抛物线, 固化角为 100° 任务工作空间的体积最大, 并且满足工程设计需求。



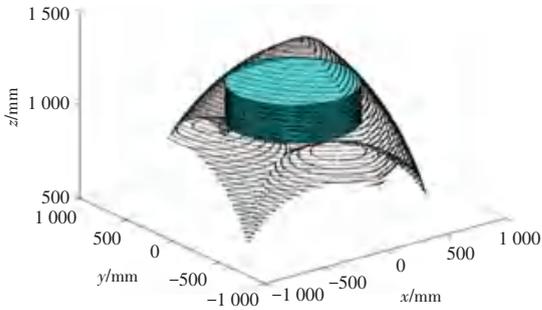
(a) $\delta = 90^\circ$ 时的工作空间



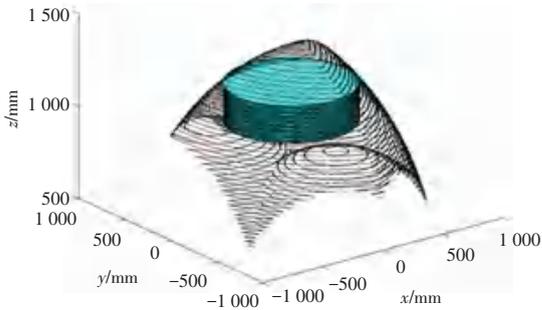
(b) $\delta = 95^\circ$ 时的工作空间



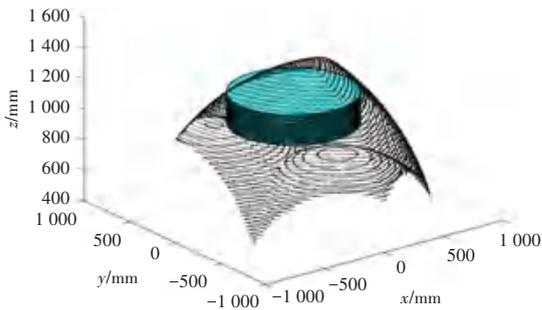
(c) $\delta = 100^\circ$ 时的工作空间



(d) $\delta = 105^\circ$ 时的工作空间



(e) $\delta = 110^\circ$ 时的工作空间



(f) $\delta = 115^\circ$ 时的工作空间

图 3 δ 以增量 5° 变化后的工作空间

Fig. 3 The corresponding workspace after changing δ in increments of 5°

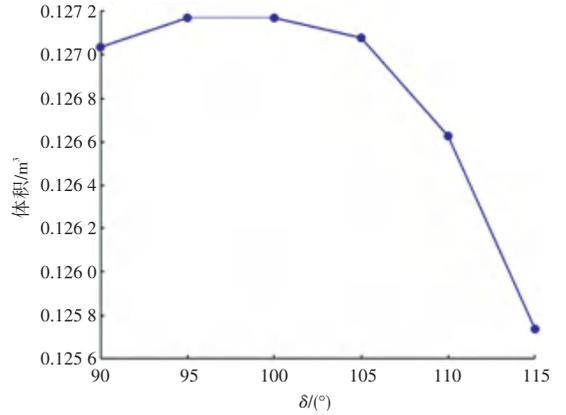


图 4 工作空间与固化角的关系

Fig. 4 Relationship between workspace and curing angle

3 承载能力求解与分析

3.1 承载能力

并联机构的承载能力决定输出构件所能承受的最大外载荷^[16], 设机器人输出的广义力矢量为 \mathbf{F} , 则:0

$$\mathbf{F} = \mathbf{G}\mathbf{f} \quad (12)$$

其中, \mathbf{G} 为机器人的力雅可比矩阵, \mathbf{f} 表示输入广义力矢量。

根据机构力雅可比和速度雅可比的关系可知:

$$\mathbf{G} = \mathbf{J}^T \quad (13)$$

由式(12)可知, \mathbf{f} 取极值时对映的 \mathbf{F} 反映了并联机构的承载能力, 为具有通用性, 机器人的承载能力评价指标定义为: 在约束条件 $\|\mathbf{f}\| = 1$ 时, 执行器末端输出广义力矢量 \mathbf{F} 模的极值, 根据拉格朗日乘子法, 构造拉格朗日方程:

$$L = \mathbf{f}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{f} - \lambda(\mathbf{f}^T \mathbf{f} - 1) \quad (14)$$

对方程(14)求偏导, 得到极值点为:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{f} - \lambda \mathbf{f} &= 0 \\ \mathbf{f}^T \mathbf{f} - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

根据观察可知, λ 即为矩阵 $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ 的特征值, 广义力矢量 \mathbf{F} 的模表示为:

$$\|\mathbf{F}\| = \sqrt{\mathbf{F}^T \mathbf{F}} = \sqrt{\mathbf{f}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{f}} = \lambda \quad (16)$$

因此承载能力极值为可由力雅可比矩阵的最大、最小奇异值表示, 即:

$$\begin{aligned} I_{LCP}(\mathbf{F}_{\min}) &= \sqrt{\lambda_{F_{\max}}(\mathbf{G}^T \mathbf{G})} = \sigma_{\max}(\mathbf{G}) \\ I_{LCP}(\mathbf{F}_{\min}) &= \sqrt{\lambda_{F_{\min}}(\mathbf{G}^T \mathbf{G})} = \sigma_{\min}(\mathbf{G}) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $I_{LCP}(\mathbf{F}_{\max})$ 和 $I_{LCP}(\mathbf{F}_{\min})$ 分别为某位姿下并联机器人的极大和极小承载能力, 其值越大, 机构的承载能力越好。

定义运动学传递性能评价指标 η 为雅可比矩阵的最大奇异值与最小奇异值的比值:

$$\eta = \sigma_{\max} / \sigma_{\min} \quad (18)$$

当 $\eta = 1$ 时,机器人处于各向同性,其传递性能最佳。由于并联机器人工作空间内不同点的承载能力不同,同时工作空间的边界点易发生奇异,影响评价指标的可靠性,因此将机器人基于任务工作空间的承载能力平均值定义为局域承载能力指标 $I_{GCP}(\mathbf{F}_{\max})$, $I_{GCP}(\mathbf{F}_{\min})$ 。研究推得的数学公式可写作如下形式:

$$I_{GCP}(\mathbf{F}_{\max}) = \frac{\int_W \sigma_{\max}(\mathbf{G}) dw}{\int_W dw} \quad (19)$$

$$I_{GCP}(\mathbf{F}_{\min}) = \frac{\int_W \sigma_{\min}(\mathbf{G}) dw}{\int_W dw}$$

其中, w 表示某一位姿, W 表示任务工作空间。

3.2 固化角对承载能力影响的分析

固化角的改变会引起机构雅可比矩阵发生变化,从而对承载能力产生影响。为得到具有较好承载能力的初始位置,将固化角度从 90° 以增量 5° 的大小变化至 115° ,同时记录局域承载能力极小值和 η ,并绘制成曲线分别如图5、图6所示。

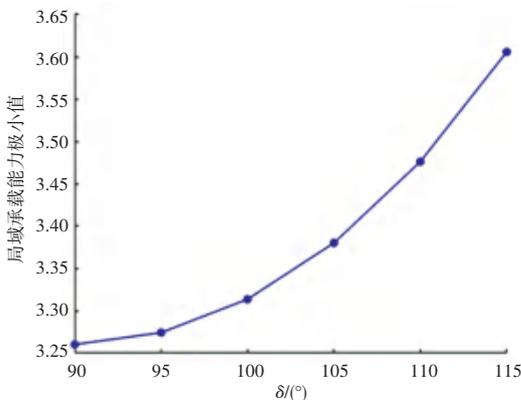


图5 局域承载能力极小值与固化角的关系

Fig. 5 Relationship between local bearing capacity minimum and curing angle

从图5可以看出,局域承载能力指标和固化角度是近似正相关;从图6可以看出,随着固化角 δ 增大, η 先增大后减小。

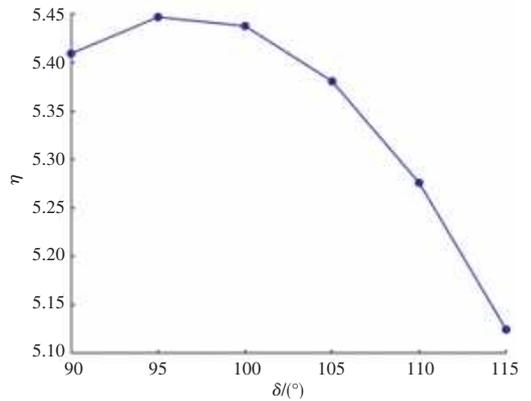


图6 运动学传递性能与固化角的关系

Fig. 6 Relationship between kinematic transfer performance and curing angle

4 承载能力和工作空间的性能优化

优化固化角的大小可使机构满足任务工作空间以及具备强承载能力,因此同时分析固化角对工作空间和承载能力变化曲线,如图7所示。

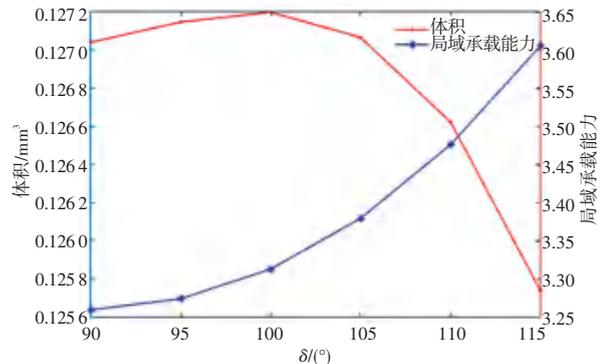


图7 承载能力和工作空间与固化角的关系

Fig. 7 Relationship between global bearing capacity, workspace and curing angle

由图7可知,2条变化曲线的交点为保证机构具备强承载能力和大工作空间的最优解,所对应固化角度为 $\delta = 111^\circ$ 。以此固化角设计机构的初始位置, η 值更小,能够更好地抵抗各方向的负载。

以固化角 $\delta = 111^\circ$ 和 $\delta = 90^\circ$ 分别设计机构初始位置,工作空间和承载能力的对比见表2。由表2可知,优化后工作空间体积提高1.4%,承载能力提高6.4%,对重载机器人优化发挥着重要作用。

表2 优化前后性能对比

Tab. 2 Performance comparison before and after optimization

δ	目标		
	空间体积/ m^3	任务空间体积/ m^3	承载能力
90°	0.435	0.127 1	3.26
111°	0.447	0.127 2	3.47

5 结束语

本文以 2UPR/UPS/UP 三自由度并联机器人为研究对象,建立了逆运动学解析模型,通过空间极限搜索法得到并联机器人的工作空间;并定义了基于任务工作空间的承载能力评价指标,基于固化角与工作空间和承载能力的变化趋势,对固化角进行优化设计;优化结果表明在固化角为 111° 时并联机器人具备大工作空间和强承载能力;此固化角下的机器人性能与固化角为 90° 时相比,工作空间体积提高 1.4%,承载能力提高 6.4%。本文提出的对机器人工作空间和承载能力的优化思路可为其它并联机器人的优化设计提供参考。

参考文献

- [1] 刘彦武,孙立宁. 靶定位 6 自由度并联机器人承载能力分析[J]. 机械设计, 2007, 24(08): 52-55.
- [2] HOSSEINI M A, DANIALI H M. Cartesian workspace optimization of tricept parallel manipulator with machining application[J]. Robotica, 2015, 33(9): 1948 - 1957.
- [3] LI M, HUANG T, CHETWYND D G, et al. Forward position analysis of the 3DOF module of the TriVariant: A 5 - DOF reconfigurable hybrid robot[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 319-322.
- [4] QAZANI M R C, PEDRAMMEHR S, RAHMANI A, et al. Kinematic analysis and workspace determination of hexarot - a novel 6-DOF parallel manipulator with a rotation-symmetric arm system[J]. Journal of Robotic Systems, 2015, 33: 1686-1703.
- [5] YANG Chifu, ZHENG Shutao, JIN Jun, et al. Forward kinematics analysis of parallel manipulator using modified global Newton -

Raphson method [J]. Journal of Central South University of Technology, 2010, 17(6): 1264-1270.

- [6] MA Zhisheng, YU Shihang, HAN Yang, et al. Zeroing neural network for bound - constrained time - varying nonlinear equation solving and its application to mobile robot manipulators[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 33: 14231-14245.
- [7] KUCUCK S, BINGUL Z. The inverse kinematics solutions of fundamental robot manipulators with offset wrist [C]//IEEE International Conference on Mechatronics, 2005. ICM '05.Taiwan: IEEE, 2005: 197-202.
- [8] 胡琼琼, 伞红军, 陈久朋, 等. 一种四自由度并联机器人的运动性能分析及仿真[J]. 电子科技, 2021, 34(11): 46-54.
- [9] BI Z M, JIN Y. Kinematic Modeling of exechon parallel kinematic machine[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(1): 186-193.
- [10] ZHANG Dongsheng, XU Yundou, YAO Jiantao, et al. Kinematics modelling and optimization design of a 5-DOF hybrid manipulator[J]. International Journal of Robotics & Automation, 2018, 33(4): 407-417.
- [11] 张立杰, 刘颖, 黄真. 平面 2 自由度驱动冗余并联机器人的性能分析[J]. 机械工程学报, 2006, 42(07): 181-185.
- [12] GOSSELIN C, ANGELES J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. ASME. J. Mech. Des., 1991, 113(3): 220-226.
- [13] 王冰, 韩文仲. 平面 2 自由度平动并联机器人的性能分析[J]. 机床与液压, 2010, 38(01): 85-87, 97.
- [14] ZHANG Yajun, LI Kaiming. Analysis of Load Carrying capacity of special spherical mechanism [J]. Machine Building & Automation, 2017, 46(03): 63-66.
- [15] KORAYEM M H, BAMDAD M. Dynamic load-carrying capacity of cable - suspended parallel manipulators [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 44(7): 829-840.
- [16] 苑飞虎, 赵铁石, 赵延治, 等. 并联机构承载能力分析[J]. 中国机械工程, 2015, 26(07): 871-877.

(上接第 141 页)

本项目中使用深度学习优化损失函数,最小化自我预测的价值和自我对弈胜者之间的误差,并最大化神经网络的走子概率和搜索概率,令博弈程序通过自我对弈学习博弈知识,得到了自我强化,优化了评估函数。

5 结束语

针对不围棋本身的博弈特点,本文给出了基于 AlphaZero 的不围棋博弈系统,详细介绍了算法的训练过程。在与开源软件 OASE-NoGo 的多次对弈实验中,本文算法取得了 90% 以上的胜率,证明了本文算法的可行性和有效性。

参考文献

- [1] 中国人工智能学会机器博弈专业委员会. 国内计算机博弈网址 [EB/OL]. [2014]. <http://computergames.caai.cn/>.

- [2] 薛永红, 王洪鹏. 机器下棋的历史与启示—从“深蓝”到 AlphaZero [J]. 科技导报, 2019, 37(19): 87-96.
- [3] 郭信宇, 陈优广. 基于价值评估的不围棋递归算法[J]. 华东师范大学学报(自然科学报), 2019(01): 58-65.
- [4] 梁国军, 谢垂益, 胡伶俐, 等. UCT 算法在不围棋博弈中的实现 [J]. 韶关学院学报, 2015, 36(08): 17-21.
- [5] LI Rui, WU Yueqiu, ZHANG Andi, et al. Technique analysis and designing of program with UCT algorithm for NoGo [C] // 2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Guiyang: IEEE, 2013: 923-928.
- [6] 全国计算机博弈大赛. 不围棋项目规则 [EB/OL]. [2014-07-20]. <http://computergames.caai.cn/jsgz05.html>,
- [7] 李淑琴, 丁濛, 孟坤. 计算机博弈教学中的计算思维能力培养 [J]. 计算机教育, 2017(5): 22-24.
- [8] 唐振韬, 邵坤, 赵冬斌, 等. 深度强化学习进展之从 AlphaGo 到 AlphaGo Zero [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(12): 1529-1546.
- [9] 宋俊潇. AlphaZero 实战: 从零学下五子棋 [EB/OL]. [2018-03-05]. <https://zhuanlan.zhihu.com/p/32089487>.