

文章编号: 2095-2163(2020)11-0161-04

中图分类号: C913.7

文献标志码: A

基于灰色理论对上海市人口老龄化的预测

薛麒译¹, 盛洁²

(1 上海工程技术大学 管理学院, 上海 201600; 2 上海老年大学 钦州书院, 上海 200235)

摘要: 上海的老龄化程度在全国范围来看都是名列前茅的。据统计,2017年上海的老龄化率已达到14.3%(年龄大于等于65岁的常住人口总数占总常住人口的比例)。本文通过建立GM(1,1)模型,预测了2018年~2027年上海年龄大于等于65岁的老年人口。预测结果表明,上海市已经呈现出严重的人口老龄化问题,且在未来仍将显著上升。重视并解决老龄化这一制约社会发展的关键问题显得尤为重要。

关键词: 上海市; 老龄化; GM(1,1)模型; Python

Prediction of Shanghai's Population Aging Based on Grey Theory

XUE Qiyi¹, SHENG Jie²

(1 School of Management, Shanghai University Of Engineering Science, Shanghai 201600, China;

2 Qinzhou Academy, Shanghai University for the Elderly, Shanghai 200235, China)

[Abstract] Shanghai's aging level is among the highest in the whole country. According to statistics, in 2017, the aging rate in Shanghai reached 14.3% (referring to the proportion of the total permanent population older than or equal to 65 years old to the total permanent population). This paper establishes a model to predict the elderly population aged 65 or older in Shanghai from 2018 to 2027. The forecast results show that Shanghai has presented a serious problem of population aging, and will continue to rise significantly in the foreseeable future. It is particularly important to pay attention to and solve the problem of aging which restricts social development.

[Key words] Shanghai; Aging; GM(1,1) model; Python

1 引言

国外学者主要基于经济社会发展的层面探索人口老龄化问题,一般认为二者之间有着密切的关系。Menchik P L 和 David M^[1]采用实证分析法,论述了区域储蓄率与人口老龄化的关系,发现二者之间存在明显的正相关关系;Tabata. K 等人^[2]运用部门迭代模型,阐释分析了由于老龄化问题,而对医疗需求形成影响继而人均收入增长率、社会就业结构形成影响的情况。结果表明,老龄化现象可以促进劳动力流动的频繁,并抑制人均收入的增长率;包玉香^[3]扩展研究了新古典经济增长模型,分析老龄化现象对于区域经济的影响。其研究表明,老龄化现象会双重影响区域经济发展;徐达^[4]在关于本课题的研究中,将老龄化引入经济增长模型中,并采用道格拉斯生产函数、索洛经济增长模型进行研究,分析了其对于经济增长的影响。该研究认为,老龄化现象会负向,即不利于经济增长。

关于人口老龄化趋势的研究。张振华^[5]基于灰色GM(1,1)预测模型,对烟台市老龄化人口进行研究。结果发现,烟台市人口老龄化现象的趋势

与规模相当严峻;谢婧等^[6]等人在研究中运用了迭代模型,预测了河南省的人均期望寿命,对老龄化人口问题采用线性回归模型进行分析,从而了解其变化趋势。该研究结论显示豫呈现出显著的人口老龄化问题。

1 灰色GM(1,1)模型

在预测分析中,最基本的预测模型为线性回归方程,针对一些规律性较强的数据,这类模型能作出精确的预测。但在实际情况中,得到的大多是一些离散的、规律性不强的数据,比如灾变、人口等数据。为解决此类问题,就需要采用灰色预测的方法。

1.1 传统GM(1,1)模型

该模型是灰色理论的微分方程模型,其中G指灰色(Grey);M指模型(Model),GM(1,1)代表一阶和一个变量的微分方程。其模型处理过程如下:

(1) 设非负原始数据序列

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}. \quad (1)$$

GM(1,1)模型通过形成数列,以微方程的时间连续模型表示时间序列。一次累加各原始序列,生成数列:

作者简介: 薛麒译(1992-),男,硕士研究生,主要研究方向:养老金融;盛洁(1992-),女,硕士,主要研究方向:老年教育。

收稿日期: 2020-08-17

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2) \cdots x^{(1)}(n)). \quad (2)$$

其中, $x^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x^{(0)}(j), k = 1, 2, \dots, n$ 。

(2)生成 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列:

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), (z^{(1)}(3), \dots (z^{(1)}(n), \dots)), (3)$$

其中, $z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)]$ 。

(3)根据灰色理论,模型的基本形式为:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b.$$

其中, $\hat{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 为待辩参数序列 $GM(1,1)$, 且

参数算式为:

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix},$$

$$y_N = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}.$$

则 $GM(1,1)$ 模型 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的最小二乘法估计参数列满足:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_N.$$

1.2 灰色区间 $GM(1,1)$ 模型

由传统 $GM(1,1)$ 模型可知,其白化方程: $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$ 。这是一个一阶线性方程,其解指的是时间响应函数:

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a},$$

式中, a, b 为待辩参数。

在灰色模型中代入上述值可得 $GM(1,1)$ 模型:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b,$$

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1,$$

$2, \dots, n$ 。

还原值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \alpha^{(1)} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) -$$

$$\hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}, k = 1, 2, \dots, n.$$

其中,参数 $-a, b$ 分别表示发展系数、灰色作用量。 $-a$ 反映了 $\hat{x}^{(1)}$ 与 $\hat{x}^{(0)}$ 的发展态势。

$GM(1,1)$ 模型的选择与 a 紧密相关,只有当 $|a| < 2$ 的时候,运用模型才有意义。

2 实验结果与分析

2.1 数据来源

本文选取《上海统计年鉴 2017》中 2007-2017 年上海市人口总数、65 岁以上的人口数以及老龄化系数比的相关数据(见表 1)进行数据分析及预测。

表 1 2007 ~ 2017 年上海市户籍总人口和 65 岁以上人口数及老龄化系数一览表

Tab. 1 List of the total household registration population and the population over 65 years old and the aging coefficient in Shanghai from 2007 to 2017

年份	总人口/万	65 岁以上人口/万	老龄化系数
2007	1 378.86	211.18	15.3
2008	1 391.04	214.5	15.4
2009	1 400.7	221	15.8
2010	1 412.32	226.49	16
2011	1 419.36	235.22	16.6
2012	1 426.93	245.27	17.2
2013	1 432.34	256.63	17.9
2014	1 438.69	270.06	18.8
2015	1 442.97	283.38	19.6
2016	1 449.98	299.03	20.6
2017	1 456.35	317.67	21.8

数据来源:《上海统计年鉴 2017》。

2.2 数据处理

本实验环境采用带桌面的 Ubuntu Linux 环境,代码编写与命令运行都会在 Spyder IDE 上进行。Spyder 是一个类 MATLAB IDE,专注于科学计算的 Python IDE。Python 是一个高层次的结合了解释性、编译性、互动性和面向对象的脚本语言。它提供了高效的高级数据结构,还能简单有效地面向对象编程。

本次实验通过运用灰色模型的相关原理进行编程,结合《上海统计年鉴 2017》的相关数据进行运算,推导出今后十年上海市人口中年龄大于等于 65 岁的人口数,以及相应的老龄化系数变化情况。运算过程如下。

通过 Python 计算预测,得出上海市 2018-2027 年人口中年龄大于等于 65 岁的人口数以及相应的老龄化系数变化情况,结果见表 2。

2.3 结果分析

预测结果如图 1、图 2 所示。

实验模型运算过程:

```
import numpy as np
#载入 math, 提供对浮点数的数学运算函数
import math

#总人口(万)
# history_data = [ 1378.86, 1391.04, 1400.7, 1412.32, 1419.36, 1426.93, 1432.34, 1438.69, 1442.97, 1449.98, 1456.35]

# 65 岁以上人口(万)
history_data = [ 211.18, 214.5, 221, 226.49, 235.22, 245.27, 256.63, 270.06, 283.38, 299.03, 317.67]

#获取人口数据长度
n = len(history_data)
#将数据转换为数组
X0 = np.array(history_data)

#累加生成
history_data_agg = [sum(history_data[0:i+1]) for i in range(n)]
X1 = np.array(history_data_agg)

#计算数据矩阵 B 和数据向量 Y
B = np.zeros([n-1, 2]) #初始化矩阵 B
Y = np.zeros([n-1, 1]) #初始化矩阵 Y
for i in range(0, n-1): #用循环计算矩阵的每个元素
    B[i][0] = -0.5 * (X1[i] + X1[i+1])
    B[i][1] = 1
    Y[i][0] = X0[i+1]

#计算 GM(1,1) 微分方程的参数 a 和 u
A = np.linalg.inv(B.T.dot(B)).dot(B.T).dot(Y)
#np.linalg.inv 用于求逆矩阵,.T 用于矩
```

```
阵装置,使用最小二乘法估计微分方程的参数
a = A[0][0]
u = A[1][0]

#建立灰色预测模型
XX0 = np.zeros(n) #初始化预测结果矩阵 XX0
XX0[0] = X0[0] #设置结果矩阵的第一项
for i in range(1, n): #循环预测结果矩阵的每一个值
    XX0[i] = (X0[0] - u/a) * (1 - math.exp(a)) * math.exp(-a * (i));

#模型精度的后验差检验
e = 0 #求残差平均值
for i in range(0, n):
    e += (X0[i] - XX0[i])
e /= n
print('残差均值为', np.round(e, 2))

#求历史数据平均值
aver = 0;
for i in range(0, n):
    aver += X0[i]
aver /= n
print('历史数据平均值为', np.round(aver, 2))

#求历史数据方差
s12 = 0;
for i in range(0, n):
    s12 += (X0[i] - aver) ** 2;
s12 /= n
print('历史数据方差为', np.round(s12, 2))

#求残差方差
s22 = 0;
for i in range(0, n):
```

```
s22 += ((X0[i] - XX0[i]) - e) ** 2;
s22 /= n
print('残差方差为', np.round(s22, 2))

#求后验差比值
C = s22 / s12
print('后验差比值为', np.round(C, 2))

#求小误差概率
cout = 0
for i in range(0, n):
    #服从标准正态分布, 让误差概率落在 25% 到 75% 区域内。
    #由正态分布表可知, 对应为 25% 和 75% 的值分别为 -0.6745 和 +0.6745。
    if abs((X0[i] - XX0[i]) - e) < 0.675 * math.sqrt(s12):
        cout = cout + 1
    else:
        cout = cout

P = cout / n
print('小误差概率为', np.round(P, 2))

if (C < 0.35 and P > 0.95): #是否满足一级预测精度
    m = 10 #需要预测的年数
    print('往后', m, '各年负荷为:')
    f = np.zeros(m)
    for i in range(0, m):
        #预测结果的值
        f[i] = (X0[0] - u/a) * (1 - math.exp(a)) * math.exp(-a * (i+n))
        print(np.round(f[i], 2)) #取两位小数
    else:
        print('灰色预测法不适用')
```

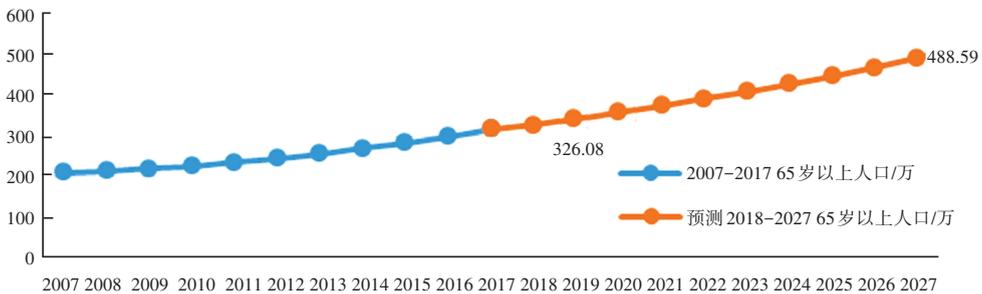


图 1 2018-2027 年上海市 65 岁以上人口预测

Fig. 1 Population Forecast of Shanghai over 65 in 2018-2027

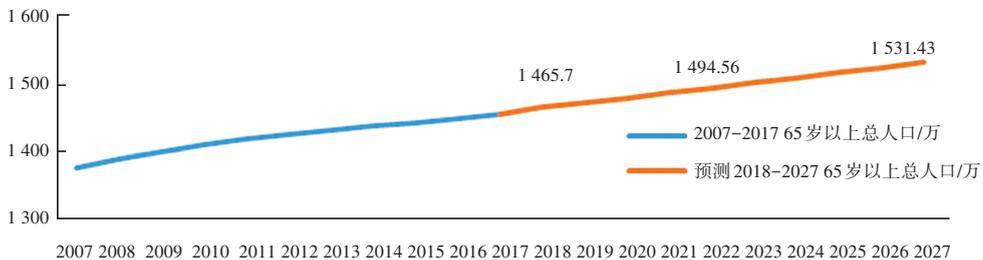


图 2 未来 10 年总人口预测图

Fig. 2 Total Population Forecast for the Next 10 Years

通过 $GM(1,1)$ 模型计算可以看出,至 2027 年上海市老龄化系数将达 31.9,总人口中年龄大于等于 65 岁的人口数将达到 488.59 万人。此外,由图 1、图 2 可以直观看到,未来十年上海市人口中,年龄大于等于 65 岁的人口数量和老龄化系数均呈现明显上升趋势。表明上海人口老龄化正在加剧,且形式严峻。

表 2 上海市 2018—2027 年人口总数和 65 岁以上人口数及老龄化系数预测

Tab. 2 Forecast of total population, population over 65 years old and aging coefficient in Shanghai from 2018 to 2027

年份	总人口/万	65 岁以上人口/万	老龄系数
2018	1 465.7	326.08	22.2
2019	1 472.86	341.06	23.2
2020	1 480.06	356.74	24.1
2021	1 487.29	373.13	25.1
2022	1 494.56	390.28	26.1
2023	1 501.86	408.21	27.2
2024	1 509.2	426.97	28.3
2025	1 516.57	446.6	29.4
2026	1 523.98	467.12	30.7
2027	1 531.43	488.59	31.9

3 政策建议

人口老龄化问题是上海社会发展进程中必须面对的严峻挑战。这也是必须承担和解决的社会责任。这与上海每个家庭的主要生计问题有关。因此,尽快提高现有的社会公共服务能力,健全社会保障体系,适应快速老龄化的社会结构,提高保护水平,使每个老年人都能享有健康、安全、有尊严的老年生活。

(1) 建立一个现实符合上海市市情的社会养老体系。上海的老龄化现象具有基数大、增长快、老龄化、残疾和空巢等特点。针对不同的特点,应建立多元化的养老模式,促进机构维护。协调发展如下 3 种养老模式:其一是家庭养老;其二是社区养老;其三是机构养老,以此缓解社会养老的压力。结合老龄人口空巢化、残疾化、老龄化的实际情况,构建完善的社会福利服务体系、救助体系,推进社会福利体系的完善。一方面,政府应设立特殊救助基金以扶持特殊困难老人,另外政府需要充分运用社会各阶层的作用、力量,促进建立老年人和残疾人特殊救助制度。

(2) 科学化产业结构,发展老龄产业。老龄化现象的加剧一方面将给社会经济发展带来诸多难题乃至矛盾,增加了政府的财政投入;另一方面也为老年人提供了巨大的消费市场,促进了老年人产业的发展。政府应充分发挥主导作用,制定宏观调控政策,加快制定关于养老产业的优惠政策,大力扶持社会资本参与养老产业的发展与建设。

(3) 制定和颁布有关发展老年人人力资源市场的相关政策措施。根据预测结果,未来十年老年人口数量将大量增加,上海在老龄化问题方面将面临巨大压力。鼓励老年人口重新融入社会再就业,不仅能够缓解下一代的养老压力,同时也能够让老年人自食其力,获取更多的经济收入,以此作为经济基础,从而获得并享受更好的退休生后。

4 结束语

各种错综复杂的因素都会影响人口系统。本文针对该灰色系统的特点采用 $GM(1,1)$ 模型预测老年人口。预测结果表明:灰色 $GM(1,1)$ 模型能够较为精确的预测老年人口问题,且适用于中长期人口预测。该预测结果显示,上海未来几年来将持续增加 65 岁以上人口,老年人数量进一步增加,上海养老面临巨大压力。

综上所述,上海应及早准备,对现有养老服务模式进行创新发展,产业化养老服务,选择适宜养老产业的模式,构建多元化、特色的养老体系,营造有助于老年人发展的养老基地。发展城市养老产业,形成规模,发挥规模效益,在化解养老危机的同时,结合上海的实际构建完善化的养老产业发展模式。

参考文献

- [1] MENCHIK P L, DAVID M. Income distribution, lifetime savings, and bequests [J]. The American Economic Review, 1983 (4): 672-690.
- [2] HASHIMOTO K, TABATA K. Population aging, health care, and growth [J]. Journal of Population Economics, 2010 (2): 571-593.
- [3] 包玉香. 人口老龄化的区域经济效应分析 [J]. 人口与经济, 2012 (1): 1-7.
- [4] 徐达. 人口老龄化对经济影响的模型与实证 [J]. 财经科学, 2012 (4): 100-107.
- [5] 张振华. 基于灰色 $GM(1,1)$ 模型的城市人口老龄化预测 [J]. 统计与决策, 2015 (9): 76-79.
- [6] 谢婧, 盛利, 施学忠. 河南省人口老龄化发展趋势预测 [J]. 郑州大学学报, 2008 (3): 289-291.