

文章编号: 2095-2163(2022)06-0116-06

中图分类号: TP241

文献标志码: A

# 基于自运动的冗余机械臂实时避障轨迹规划

高其远, 陈 丽

(上海工程技术大学 航空运输学院, 上海 201620)

**摘要:** 本文提出一种利用冗余机械臂自运动特性,在障碍物与机械臂之间建立虚拟排斥速度场实现冗余机械臂避障的实时轨迹规划算法。首先,采用改进梯度投影法,快速计算出实现末端执行器主运动的最小范数解,同时在障碍物周围建立虚拟排斥速度场,将冗余机械臂与障碍物最近的虚拟排斥速度作用点处分成2段并联机械臂,对拆分后的2段非冗余机械臂,快速求解出由虚拟排斥速度引起的各关节角速度分量,进一步向零空间投影求解出冗余机械臂自运动的避障角速度分量,最终实现冗余机械臂的实时避障轨迹规划。

**关键词:** 冗余机械臂; 自运动; 虚拟排斥速度; 避障; 实时轨迹规划

## Real-time obstacle avoidance trajectory planning for redundant manipulators based on self-motion

GAO Qiyuan, CHEN Li

(School of Air Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**[Abstract]** This paper proposes a real-time trajectory planning algorithm that utilizes the self-motion characteristics of the redundant manipulator to establish a virtual repulsive velocity field between the obstacle and the manipulator to realize the obstacle avoidance of the redundant manipulator. First, the improved gradient projection method is used to quickly calculate the minimum norm solution to realize the main motion of the end effector, at the same time, a virtual repulsion velocity field is established around the obstacle, and the redundant manipulator is moved from the virtual repulsion velocity action point closest to the obstacle. It is divided into two parallel manipulators, and for the two non-redundant manipulators after splitting, the angular velocity components of each joint caused by the virtual repulsion speed are quickly solved, and the self-motion obstacle avoidance angular velocity components of the redundant manipulator is further solved by projecting to the zero space. Finally, the real-time obstacle avoidance trajectory planning of the redundant manipulator is realized.

**[Key words]** redundant manipulator; self-motion; virtual repulsion velocity; obstacle avoidance; real-time trajectory planning

## 0 引言

冗余机械臂的关节自由度高,工作范围大,能够应对多种工作环境,完成复杂任务。在实际工作中,需要根据机械臂的工作任务,规划运动轨迹,并满足避障需求。

现有研究中,针对机械臂的轨迹规划算法主要有人工势场法、随机搜索法。其中,人工势场法由Khatib<sup>[1]</sup>提出,通过在目标与机械臂之间引入吸引力,在障碍物与机械臂之间引入排斥力,从而实现机械臂的避障轨迹规划。人工势场法在计算时容易陷入局部极小值,难以适应复杂环境。Laliberte等人<sup>[2]</sup>针对人工势场法容易发生局部极小的不足,提出了离散势场法,从而降低了发生局部极小的可能性。随机搜索法通过在机械臂关节空间内任意搜索机械臂运动路径点,适合复杂环境下的路径搜索。

Lozano-Perze<sup>[3-4]</sup>提出的一种基于 $C$ 空间法的自由空间法,先根据机械臂的各个关节约束范围建立机械臂所有可行 $C$ 空间,再将障碍物映射到 $C$ 空间内,进而求解 $C$ 空间内除去障碍物的补集空间,即机械臂不会发生碰撞的自由空间。贾庆轩等人<sup>[5]</sup>引用 $A^*$ 算法在冗余机械臂的 $C$ 空间内进行搜索,获得无碰撞路径。随机搜索法在机械臂自由度高时,机械臂自由运动的空间构建困难,难以满足实时性需求。基于随机采样的路径搜索算法在机械臂的关节空间进行搜索,不必求解高维 $C$ 空间,代表算法有快速扩展随机树法(Rapidly-exploring Random Trees, RRT)<sup>[6]</sup>、随机路图法(Probabilistic roadmaps, PRM),由于是随机采样生成路径点,在复杂环境下可能无法搜索出无碰撞路径,且难以控制过程中末端执行器位姿,也难以满足需要约束机械臂抓取姿态的任务要求。

冗余机械臂具有自运动的特性,相同的末端姿

**作者简介:** 高其远(1997-),男,硕士研究生,主要研究方向:机器人运动学、动力学。

**通讯作者:** 高其远 Email: gaoqiyuan97@foxmail.com

**收稿日期:** 2021-10-05

态可对应多组关节角度,故可利用该特性避障。姜力等人<sup>[7]</sup>通过引入臂平面和避障面表达机械臂的零空间自运动。齐志刚等人<sup>[8]</sup>根据臂型角参数化完善逆运动学,得到32组完备逆解集。Sakata等人<sup>[9]</sup>基于梯度投影法提出了一种空间冗余机械臂的避障路径规划算法,该方法主要利用冗余机械臂自运动的特点实现其实时的避障路径规划。

本文针对冗余机械臂的特点,在对已知任务空间运动求关节空间逆解<sup>[10]</sup>的基础上,引入机械臂与障碍物之间的虚拟排斥速度场,从虚拟排斥速度作用点处将机械臂拆成2段并联的机械臂分别求解关节空间避障角速度分量,并向零空间投影得到自运动角速度分量,最后加上完成末端主运动的最小范数求得完整避障速度解,最终获得机械臂避障运动轨迹。

## 1 冗余机械臂

本文的研究主体为Kinova Gen3型七自由度冗余机械臂,机械臂的结构如图1所示。



图1 7自由度冗余机械臂

Fig. 1 7-DOF redundant manipulator

建立机械臂的标准D-H参数模型,见表1。

表1 机械臂D-H模型参数

Tab. 1 D-H model parameters of the manipulator

$j$	$\theta_j / (^\circ)$	$d_j / \text{m}$	$a_j / \text{m}$	$\alpha_j / (^\circ)$
1	$q_1$	-0.128 4	0	90
2	$q_2$	-0.011 8	0	-90
3	$q_3$	-0.420 8	0	90
4	$q_4$	-0.012 8	0	-90
5	$q_5$	-0.314 3	0	90
6	$q_6$	0	0	-90
7	$q_7$	-0.105 9	0	180

机械臂第 $j-1$ 关节坐标系到第 $j$ 关节坐标系的复合齐次变换矩阵 ${}^{j-1}\mathbf{T}_j^*$ 为:

$${}^{j-1}\mathbf{T}_j^* = {}^{j-1}\mathbf{T}_j \cdot \mathbf{R}(q_j) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, ${}^{j-1}\mathbf{T}_j$ 为第 $j-1$ 关节到第 $j$ 关节坐标轴变换矩阵, $\mathbf{R}(q_j)$ 为第 $j$ 关节坐标系在关节角 $q_j$ 下的旋转矩阵。

机械臂的第1、3、5、7关节轴向与连杆延伸方向平行,第2、4、6关节轴向与连杆延伸方向垂直,第1、3、5、7关节所连接的2段连杆不会在空间结构上发生变化,故在碰撞检测时可将机械臂视作4段串联机械臂分别计算,绕杆轴向转动作用可等效至杆件两端。

## 2 关节角速度的最小范数解

机械臂在任务空间的速度 $\dot{\mathbf{x}} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ 与关节空间的速度 $\dot{\mathbf{q}} = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ 之间的关系为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{J}$ 为机械臂雅可比矩阵; $\dot{\mathbf{x}} \in R^m$ ;  $\dot{\mathbf{q}} \in R^n$ ;  $m \leq 6$ ,  $n \leq 7$ 。

对于冗余机械臂, $m < n$ ,雅可比矩阵是长方阵,如果雅可比矩阵的秩 $r = m$ ,对于任意的末端速度 $\dot{\mathbf{x}}$ , $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}$ 都有解,且有无穷多关节速度 $\dot{\mathbf{q}}$ 的解。由于通过求解冗余机械臂的广义逆得到机械臂关节速度的计算时间较长,本文采用改进梯度投影法进行求解。

对雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 进行重组,相应地按照同样的顺序调整 $\dot{\mathbf{q}}$ ,排列成新的关节角速度向量 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ 。对此可写为:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\boldsymbol{\alpha} \quad \mathbf{J}^*] \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{J}^*$ 为由 $\mathbf{J}$ 的 $m$ 个线性无关的列重新排列组成的 $m \times m$ 非奇异矩阵; $\boldsymbol{\alpha}$ 为 $\mathbf{J}$ 中除去组成 $\mathbf{J}^*$ 列向量以外的部分。

关节空间的解由特解 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_s$ 和齐次解 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_h$ 组成,可表示为:

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_s + k\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_h \quad (4)$$

其中, $k$ 为任意常数; $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_s \in R^n$ 为满足 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ 的任意特解; $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_h \in R^n$ 为齐次解。满足 $\mathbf{J}\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_h = \mathbf{0}$ 。

为了计算特解 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_s$ ,可假定第一个元素为0,因为最小范数解是唯一的,所以这不会影响最终结果,其它元素则可根据式 $\dot{\mathbf{x}} = [\boldsymbol{\alpha} \quad \mathbf{J}^*] \dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ 进行计算,即 $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_s =$

$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J}^{*-1}\dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$ , 齐次解  $\dot{\mathbf{q}}_h$  根据式  $\mathbf{J}^* \dot{\mathbf{q}}_h = 0$  计算, 即  $\dot{\mathbf{q}}_h = \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{J}^{*-1}\alpha \end{bmatrix}$ , 将  $\dot{\mathbf{q}}_s$  和  $\dot{\mathbf{q}}_h$  代入, 得:

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_s + k\dot{\mathbf{q}}_h = \begin{bmatrix} k \\ \mathbf{J}^{*-1}(\dot{\mathbf{x}} - k\alpha) \end{bmatrix} \quad (5)$$

进一步可以解出最小范数解  $\dot{\mathbf{q}}_{\min}$ :

$$\dot{\mathbf{q}}_{\min} = \dot{\mathbf{q}}_s - \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}_s^T \dot{\mathbf{q}}_h \\ \dot{\mathbf{q}}_h^T \dot{\mathbf{q}}_h \end{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}_h = \dot{\mathbf{q}}_s - \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}_s^T \cdot \frac{\dot{\mathbf{q}}_h}{\sqrt{\dot{\mathbf{q}}_h^T \dot{\mathbf{q}}_h}} \\ \sqrt{\dot{\mathbf{q}}_h^T \dot{\mathbf{q}}_h} \end{pmatrix} \frac{\dot{\mathbf{q}}_h}{\sqrt{\dot{\mathbf{q}}_h^T \dot{\mathbf{q}}_h}} \Rightarrow \dot{\mathbf{q}}_{\min} \quad (6)$$

其中,  $\hat{\mathbf{u}}_h = \frac{\dot{\mathbf{q}}_h}{\sqrt{\dot{\mathbf{q}}_h^T \dot{\mathbf{q}}_h}}$  为与齐次解  $\dot{\mathbf{q}}_h$  方向相同的单位向量。

### 3 冗余机械臂零空间自运动避障

利用冗余机械臂可以在关节空间齐次解所在的零空间自运动而不影响末端执行器位姿的特性, 可实现一定程度的避障功能。本文提出一种通过在机械臂与障碍物之间构建虚拟排斥速度场获得排斥速度作用点以及该点的避障排斥速度, 进一步地, 将机械臂视为末端在排斥速度作用点的并联机械臂, 由逆运动学求解各个关节的避障速度, 最后向零空间投影, 得到一组利用自运动实现避障的关节速度解。

#### 3.1 碰撞检测

障碍物可能具有不同的形状, 可近似地看作规则几何形状的组合, 使用超二次函数描述障碍物的表面, 在笛卡尔坐标系下, 曲面方程可表示为:

$$S(x, y, z) = 0 \quad (7)$$

满足上式的点  $(x, y, z)$  组成的集合即为该曲面。对于几何中心为  $O_{obs}(x_0, y_0, z_0)$ 、几何参数为  $h_1, h_2, h_3$  的典型障碍物, 其曲面可采用如下解析表达式进行描述:

$$S(x, y, z) = \left(\frac{x - x_0}{h_1}\right)^{2\alpha} + \left(\frac{y - y_0}{h_2}\right)^{2\beta} + \left(\frac{z - z_0}{h_3}\right)^{2\chi} - 1 \quad (8)$$

其中, 通过改变幂指数  $\alpha, \beta, \chi$  的值, 得到不同形状障碍物; 通过改变  $x_0, y_0, z_0$  的取值, 改变障碍物中心的位置; 通过改变  $h_1, h_2, h_3$  的取值, 可以表述具有不同轮廓大小的障碍物。

属于连杆  $\overrightarrow{M_1 M_2}$  上任意点的坐标  $(x, y, z)$  可以在参考系下表示为:

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OM} + \lambda \overrightarrow{M_1 M_2} \quad (9)$$

其中,  $\lambda$  是一个常系数 ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )。机械臂上最近点  $X_m$  由参数  $\lambda_m$  表示的坐标可以通过最小伪距离求出。表面方程在基系下可以表示为:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{B}^T \mathbf{X} + C = 0 \quad (10)$$

其中, 矩阵  $\mathbf{Q}$ 、向量  $\mathbf{B}$  和标量  $C$  是常量。任意点在笛卡尔空间中的伪距离为:

$$H(X) = \mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{B}^T \mathbf{X} + C \quad (11)$$

代入机械臂上任意一点表达式:

$$D(\lambda) = (\overrightarrow{OM} + \lambda \overrightarrow{M_1 M_2})^T \mathbf{Q} (\overrightarrow{OM} + \lambda \overrightarrow{M_1 M_2}) + \mathbf{B}^T (\overrightarrow{OM} + \lambda \overrightarrow{M_1 M_2}) + C \quad (12)$$

可以等价地写成:

$$D(\lambda) = \lambda^2 \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U} + \lambda \mathbf{U}^T \nabla_1 + d_1 \quad (13)$$

其中,  $d_1 = \overrightarrow{OM}_1^T \mathbf{Q} \overrightarrow{OM}_1 + \mathbf{B}^T \overrightarrow{OM}_1 + C$ ,  $\mathbf{U} = \overrightarrow{M_1 M_2}$ ,

$\nabla_1 = 2\mathbf{Q} \overrightarrow{OM}_1 + \mathbf{B}$ 。

当上式对  $\lambda$  的导数为 0 时有最小伪距离:

$$\frac{d(D(\lambda))}{d\lambda} = 2\mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U} \lambda + \mathbf{U}^T \nabla_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_m = -\frac{1}{2} \frac{\mathbf{U}^T \nabla_1}{2\mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U}} \quad (14)$$

若  $\lambda_m < 0$ , 则令  $\lambda_m$  取值为 0, 此时  $X_m$  就是  $M_1$  点; 若  $\lambda_m > 1$ , 则令  $\lambda_m$  取值为 1, 此时  $X_m$  就是  $M_2$  点。

将得到的杆与障碍物最近点  $X_m$  代入到伪距离函数  $H(X)$  中确定唯一的防碰撞条件约束:

$$H_{\min}(q) = -\mathbf{X}_m^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_m - \mathbf{B}^T \mathbf{X}_m - C + d_s^2 \leq 0 \quad (15)$$

其中,  $d_s$  为安全距离。

#### 3.2 虚拟排斥速度场构建

在基系笛卡尔空间内构建冗余机械臂与障碍物之间的排斥速度场, 如图 2 所示。

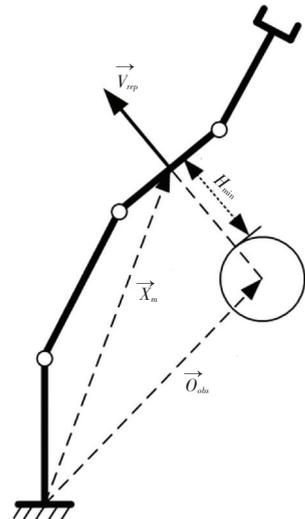


图 2 虚拟排斥速度场示意图

Fig. 2 Schematic diagram of virtual exclusion velocity field

图 2 中,  $\vec{V}_{rep}$  为虚拟排斥速度,  $H_{min}$  为机械臂与障碍物之间最近距离,  $\vec{X}_m$  为机械臂与障碍物最近点的位置矢量,  $\vec{O}_{obs}$  为障碍物几何中心位置矢量。

$\vec{V}_{rep}$  方向由障碍物几何中心指向障碍物与机械臂最近点  $\vec{X}_m - \vec{O}_{obs}$ , 大小由构建的速度场决定, 速度场的中心点位于障碍物几何中心, 范围半径为  $d_{tre}$ , 排斥速度大小的表达式为:

$$|\vec{V}_{rep}(H_{min})| = \begin{cases} -\tan \frac{\pi(H_{min} - d_{tre})}{2d_{tre}} & H_{min} < d_{tre} \\ 0 & H_{min} \geq d_{tre} \end{cases} \quad (16)$$

当机械臂与障碍物之间最近距离  $H_{min}$  趋于 0 时, 排斥速度趋于无穷大。

### 3.3 关节空间避障速度分量求解

将机械臂拆分为以排斥速度作用点为末端执行器的 2 段并联机械臂, 分别命名为机械臂 A, 机械臂 B, 如图 3 所示。

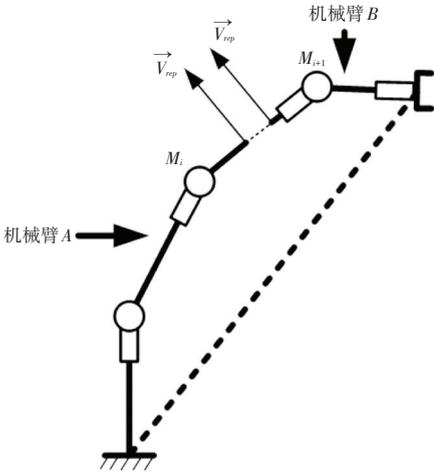


图 3 拆分后的 2 段并联机械臂示意图

Fig. 3 Schematic diagram of two parallel manipulator after splitting

由 Kinova Gen3 型机械臂的结构将机械臂整体视为 4 段连杆, 每个关节具有 2 个自由度, 排斥速度作用点处坐标系在机械臂 A、B 下的坐标变换分别为  $T_A, T_B$ 。当排斥速度点作用于原机械臂基座至第一关节和最后一个关节至末端执行器之间的连杆时, 机械臂不存在自运动, 作用于当中的任意一点时  $T_A, T_B$  有统一表达式:

$$T_A = {}^0T_1^* T_2^* \dots T_{2i-1}^* T_{2i}^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_m |M_i M_{i+1}| \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$T_B = {}^0T_{end}^* T_7^* T_6^* \dots T_{2i+2}^* T_{2i+1}^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (\lambda_m - 1) |M_i M_{i+1}| \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

由于已知当前各个关节角度, 故可直接解出  $T_A, T_B$ , 进一步地可得到 2 段机械臂在当前时刻的雅可比矩阵  $J_A, J_B$ 。又因为原机械臂自由度为 7, 分成的 2 段机械臂不是冗余机械臂, 故可直接解出各关节的排斥速度分量:

$$\begin{aligned} \dot{q}_A &= [\dot{q}_1 \dots \dot{q}_{2i}]^T = J_A^{-1} \vec{V}_{rep} \\ \dot{q}_B &= [\dot{q}_{2i+1} \dots \dot{q}_7]^T = J_B^{-1} \vec{V}_{rep} \\ \dot{q}_{rep} &= \begin{bmatrix} \dot{q}_A \\ \dot{q}_B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

再将排斥速度  $\dot{q}_{rep}$  向零空间投影, 得到自运动避障速度分量  $\dot{q}_{hrep}$ :

$$\dot{q}_{hrep} = (\dot{q}_{rep}^T \cdot \dot{u}_h) \cdot \dot{u}_h \quad (20)$$

其中,  $\dot{u}_h$  为与齐次解  $\dot{q}_h$  方向相同的单位向量。

最终求得当前时刻, 冗余机械臂实现末端执行器轨迹跟踪并利用零空间自运动的综合关节角速度解  $\dot{q}$  为:

$$\dot{q} = \dot{q}_{min} + \psi \dot{q}_{hrep} \quad (21)$$

其中,  $\psi$  为任意常数, 对全时刻关节角速度进行积分得到各关节角度值, 重复上文循环计算至末端到达终点, 最终获得一条能实现末端轨迹跟踪, 并同时具备避障能力的冗余机械臂关节空间轨迹。

## 4 仿真试验

### 4.1 仿真环境

为了验证算法效果, 本文基于 Kinova 公司 Gen3 型七自由度冗余机械臂, 在 Matlab R2020b 环境下进行仿真试验。

机械臂初始位姿设置各个关节角度为  $[90^\circ, 15^\circ, 180^\circ, 230^\circ, 10^\circ, 55^\circ, 90^\circ]$ , 运动目标为使末端执行器在笛卡尔空间相对位移  $[0.4 \text{ m}, 0.4 \text{ m}, -0.4 \text{ m}]$ , 并绕  $y$  轴与  $x$  轴旋转  $60^\circ$  在基系笛卡尔空间内设置 2 个障碍物, 几何中心坐标为  $[0.2 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0.5 \text{ m}]$ ,  $[-0.1 \text{ m}, -0.4 \text{ m}, 0.8 \text{ m}]$ , 障碍物包络球半径为  $0.05 \text{ m}$ , 机械臂连杆半径  $R = 0.03 \text{ m}$ 。

### 4.2 仿真试验结果与分析

试验首先根据末端执行器目标位姿, 利用五次多项式插补出一条末端轨迹, 再进行逆运动学关节角速度求解, 同时计算本文提出的虚拟排斥速度场

下避障角速度分量,至此积分计算关节角度解,获得完整轨迹。冗余机械臂的运动过程如图4所示。整个运动过程平稳,末端执行器成功到达目标位姿,过程中未与障碍物发生碰撞。

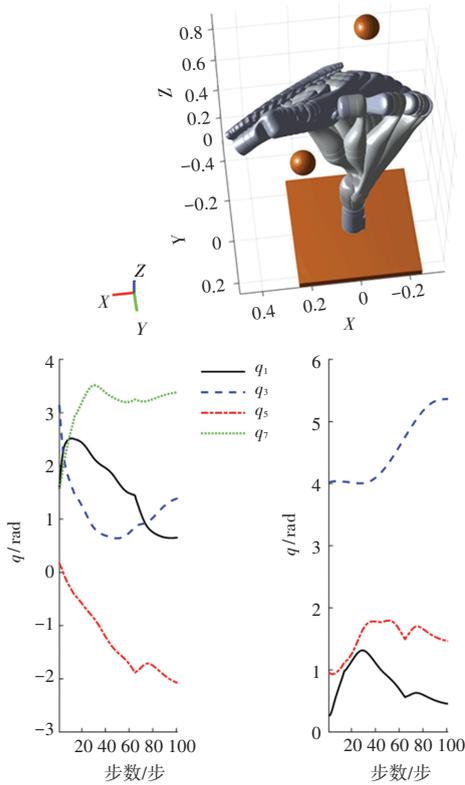


图4 机械臂运动过程

Fig. 4 The movement process of the manipulator

为了验证算法是否具备避障功能,记录整个过程中的障碍物与机械臂最近距离、虚拟排斥速度大小、以及虚拟排斥速度引起的避障角速度分量。避障关节角速度分量变化如图5所示。

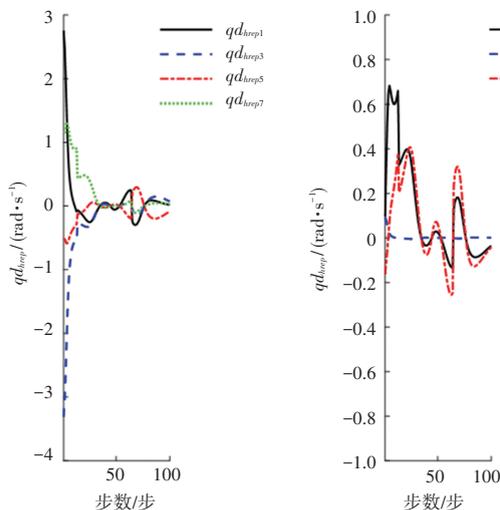


图5 避障关节角速度分量

Fig. 5 The angular velocity component of the joint for obstacle avoidance

小对照如图6所示。

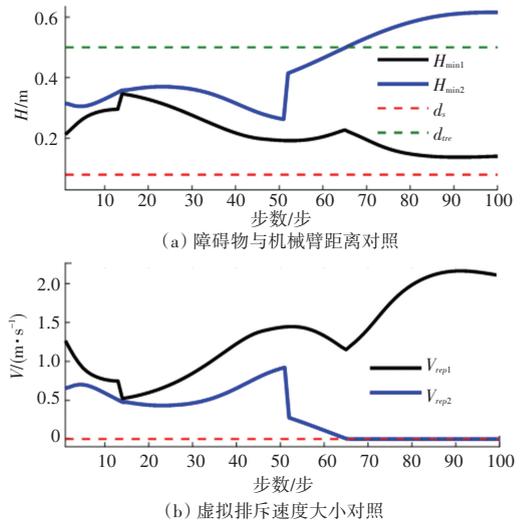


图6 障碍物与机械臂距离对照及虚拟排斥速度大小对照

Fig. 6 The distance between the obstacle and the manipulator was compared with the virtual rejection speed

两者在整个运动过程中呈镜像变化趋势,当 $H$ 大于建立的虚拟排斥速度场范围 $d_{ve}$ 时,虚拟排斥速度 $V_{rep}$ 大小为0,当 $H$ 小于安全距离 $d_s$ 时,认为发生碰撞。仿真试验过程中,机械臂与障碍物距离始终大于安全距离,机械臂在成功运动至目标位姿的同时,实现了避障。

## 5 结束语

本文提出的冗余机械臂的轨迹规划算法,不仅能有效完成末端执行器的轨迹跟踪任务,同时还利用了冗余机械臂自运动的特性实现了避障,在障碍物周围建立虚拟排斥速度场,将冗余机械臂从与障碍物最近的虚拟排斥速度作用点处分成2段并联机械臂,对于本文的研究对象、七自由度冗余机械臂,拆分后的机械臂都不冗余,故可快速求解在虚拟排斥速度作用下的关节角速度分量。同时结合改进梯度投影法快速求解实现末端执行器主运动的最小范数解,达到冗余机械臂实时轨迹规划的目的。

## 参考文献

- [1] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots [J]. International Journal of Robotics Research, 1986, 5(1): 90-98.
- [2] LALIBERTE T, GOSELIN C M. Efficient algorithms for the trajectory planning of redundant manipulators with obstacle avoidance [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Diego, CA, USA: IEEE, 1994: 2044-2049.
- [3] LOZANO-PÉREZ T. Automatic planning of manipulator transfer movement [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1981, SMC-11(10): 681-698.

障碍物与机械臂最近距离以及虚拟排斥速度大

(下转第126页)