

文章编号: 2095-2163(2021)12-0126-07

中图分类号: V215.3

文献标志码: A

基于观测器的非定常机翼 LPV 模型振动控制

胡志贤, 杨 慧

(上海工程技术大学 航空运输学院, 上海 201620)

摘要: 针对含结构立方非线性和非定常气动力作用下的机翼振动问题,提出了基于观测器的张量积模型变换的 LMI 控制方法。首先,使用拉格朗日方程和 Theodorsen 非定常理论建立了不可压缩流下机翼的运动方程,引入两个空气动力状态变量来构建状态空间方程;然后选定变参数离散化,采用高阶奇异值分解(HOSVD),提取出线性时不变(LTI)顶点;之后,求解满足系统稳定性条件的 LMI 获得系统的增益,并运用并行分布补偿(PDC)技术,合成系统的控制器和观测器。仿真结果表明,控制器可以快速地稳定非定常机翼气动弹性系统;观测器的估计值能较好地跟踪系统的真实值,有效地抑制了机翼振动。

关键词: 气动弹性系统; 主动控制; 结构立方非线性; 观测器; 张量积模型变换

Observer based vibration control of unsteady wing LPV model

HU Zhixian, YANG Hui

(School of Air Transport, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

[Abstract] For the problem of wing vibration under the action of structural cubic nonlinearity and unsteady aerodynamic force, an LMI control method based on observer-based tensor product model transformation is proposed. Firstly, the Lagrangian equation and Theodorsen unsteady theory are used to establish the motion equation of wings under incompressible flow, and two aerodynamic state variables are introduced to construct the state space equation. Then variable parameter is discretization, high-order singular value decomposition (HOSVD) is used to extract the linear time invariant (LTI) vertexes. Then, the gains of system are obtained by solving LMI that satisfies stability of the system, and the controller and observer of system are synthesized with parallel distributed compensation (PDC) technology. Simulation results show that controller can quickly stabilize the unsteady aeroelastic system of wings, the estimated value of the observer can better track the real value of the system, and wing vibration is effectively suppressed.

[Key words] aeroelastic system; active control; structural cubic nonlinearity; observer; tensor product model transformation

0 引言

气动弹性系统中包括结构力、惯性力和空气动力学产生的非线性相互作用,这可能导致振动和其它不稳定现象^[1-2]。当机翼发生振动时,会影响飞行安全,甚至导致毁灭性的事故。为了避免机翼振动对结构造成损坏,并确保飞行安全,人们已经研究了诸多被动控制方法。如,采用质量平衡和局部刚度增强等措施,这将导致飞机重量增加并降低飞行性能。而主动控制,能够适应意外的结构和环境变化,极大地改善了飞行器的性能指标,克服了被动控制技术的缺点,因此成为当下研究的热点^[3-4]。

利用控制面的偏转实现振动抑制,是目前常见的主动控制技术方法。文献[5-7]中将单尾缘控制的二元机翼的参数变化状态空间,转化为张量积模型,有效地实现了非线性气动弹性系统的控制。文献[8]提出了积分反演滑模控制方法,较好地克服滑模控制抖振的缺点。然而上述大多数文献研究

中,气动力载荷是基于准定常气动理论的,这会给气动弹性模型带来不精确的弊端,并且只适用于低频的飞行条件^[9]。

非定常气动理论克服了上述缺点,不少学者将其应用于机翼气动弹性系统^[10-15]。然而,为获得模型的时域表达式,会引入不可测的空气动力状态^[16],难以用传感器去测量所有状态,这为全状态反馈方法的现实应用带来困难;并且机翼布置过多传感器,增加了传感器失灵引起故障的概率。张量积模型变换方法的主要优点是,将各种模型表示形式,生成基于高阶奇异值分解(HOSVD)的凸多面体的 TP 模型表示形式^[17-18],从而可以很好地应用于现代控制设计工具中,有效地解决非线性系统问题。

基于上述原因,本文的贡献在于使用张量积模型变换的 LMI 控制设计方法,设计控制器和观测器,用于稳定和跟踪具有结构立方非线性的非定常气动弹性系统。首先依据拉格朗日方程和 Theodorsen 理论建立了带后缘控制面的非定常气动

作者简介: 胡志贤(1997-),男,硕士研究生,主要研究方向:机翼颤振控制设计;杨 慧(1977-),女,博士,讲师,主要研究方向:飞行力学、飞行智能控制、空气动力学。

收稿日期: 2021-06-09

哈尔滨工业大学主办 ◆ 专题设计与应用

机翼模型的状态空间方程; 基于 TPtool 工具箱, 开发了观测器的设计程序, 应用张量积模型变换的控制设计方法, 得到整个系统的控制器和观测器; 通过仿真验证该方法的有效性。

1 气动弹性模型

1.1 气动弹性系统建模

带有控制面的二元机翼力学模型如图 1 所示。该模型的 3 个自由度为: 沉浮位移 h (向下为正)、俯仰角 α (迎风抬头为正)、以及控制面偏转角

β (向下偏转为正)。弹性轴在翼弦中点前时, $\bar{a} < 0$ 。表 1 给出了本文相关机翼结构参数的符号表示。

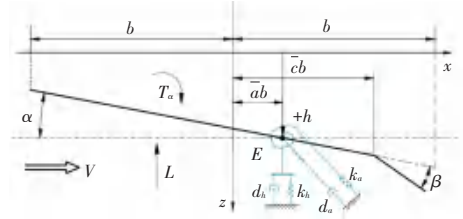


图 1 机翼的力学模型

Fig. 1 Mechanical model of wings

表 1 机翼结构参数的符号表示

Tab. 1 Symbolic of wings structure parameters

符号	定义	符号	定义
$\bar{a}b$	翼弦中点到弹性轴的距离	b	半弦长
$\bar{c}b$	翼弦中点到控制面铰链的距离	$S_{h\beta}$	控制面对控制面铰链轴的质量静矩
S_α	机翼对刚心的质量静矩	k_α	俯仰刚度系数
d_α	俯仰阻尼系数	k_β	控制面刚度系数
d_β	控制面阻尼系数	k_h	沉浮刚度系数
d_h	沉浮阻尼系数	V	来流速度
I_α	机翼对刚心的转动惯量	I_β	控制面对控制面铰链轴的质量惯矩
ρ_a	空气密度	β_{ac}	控制面偏转角指令
k_{ac}	比例系数	ω_{ac}	固有频率
ζ_{ac}	阻尼比	m	机翼质量
F	气动力	T_α	气动力矩

二元机翼的运动方程为:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} m \\ m x_\alpha \end{bmatrix} \ddot{\begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix}} + \begin{bmatrix} d_h & 0 \\ 0 & d_{(\alpha)} \end{bmatrix} \dot{\begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix}} + \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_{(\alpha)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \\
 - \begin{bmatrix} S_{h\beta} \\ (\bar{c} - \bar{a}) b S_{h\beta} + I_\beta \end{bmatrix} \ddot{\beta} + l \begin{bmatrix} -L \\ T_\alpha \end{bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中, $k_{(\alpha)}$ 可通过对非线性弹簧的实测位移-力矩数据进行曲线拟合得到:

$$k_{(\alpha)} = 1.41 \times \frac{\alpha}{5} - 3 \times 22.1\alpha + 4 \times 1315.5\alpha^2 + \frac{\alpha^3}{5} + 8580\alpha^3 + 6 \times 17289.7\alpha^4 \quad (2)$$

不可压缩流下的二元机翼振动抑制采用非定常气动力。根据 Theodorsen 气动理论, 气动力升力和气动力矩可为如下形式^[19]:

$$\begin{aligned}
 F = \pi \rho_a b^2 \ddot{h} + V \dot{\alpha} - b \bar{a} \ddot{\alpha} - \frac{V}{\pi} T_4 \dot{\beta} - \frac{b}{\pi} T_1 \ddot{\beta} + \\
 2\pi \rho_a V b Q_a C(k) \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_\alpha = \pi \rho_a b^2 \left[\frac{V^2}{\pi} (T_4 + T_{10}) \beta + \frac{b^2}{\pi} (T_7 + (\bar{c} - \bar{a}) T_1) \ddot{\beta} + \right. \\
 \left. 2\pi \rho_a V b^2 \frac{\alpha}{\xi} + \bar{a} \ddot{\alpha} Q_a C(k) \right] \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中, $T_i (i = 1, 4, 7, 8, 10, 11)$ 为 Theodorsen 常数, 取决于弹性轴位置和控制面铰链位置, $C(k)$ 为 Theodorsen 函数。

控制面可用如下二阶微分方程表示^[19]:

$$\ddot{\beta} + 2\zeta_{ac} \omega_{ac} \dot{\beta} + \omega_{ac}^2 \beta = k_{ac} \omega_{ac}^2 \beta_{ac} \quad (5)$$

根据式 (17)、(18), 得到包含作动系统动特性

在内的机翼运动方程为:

$$M_s \ddot{q}_s + D_s \dot{q}_s + K_s q_s = F_{ae} + G_s \beta_{ac} \quad (6)$$

式中:

$$M_s = \begin{bmatrix} \hat{e} m & S_{h\alpha} & S_{h\beta} \\ \hat{e} S_{h\alpha} & I_\alpha & S_{\alpha\beta} \\ \hat{e} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_s = \begin{bmatrix} \hat{e} d_h & 0 & 0 \\ \hat{e} 0 & d_\alpha & 0 \\ \hat{e} 0 & 0 & d_\beta \end{bmatrix};$$

$$K_s = \begin{bmatrix} \hat{e} k_h & 0 & 0 \\ \hat{e} 0 & k_\alpha & 0 \\ \hat{e} 0 & 0 & k_\beta \end{bmatrix}, F_{ae} = \begin{bmatrix} -L \\ T_\alpha \\ 0 \end{bmatrix}, G_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_0 \end{bmatrix};$$

$$q_s = \begin{bmatrix} h \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix}, mx_\alpha = S_{h\alpha}, S_{\alpha\beta} = (\bar{c} - \bar{a}) b S_\beta + I_\beta;$$

$$d_\beta = 2\zeta_{ac} \omega_{ac}, k_\beta = \omega_{ac}^2, g_0 = k_{ac} \omega_{ac}^2.$$

1.2 状态方程

为了计算的简便性,将 $C(k)$ 写为 Jones 近似形式^[20]:

$$C(s) = 1 - \frac{0.165s}{s + 0.045 \frac{V}{b}} - \frac{0.335s}{s + 0.3 \frac{V}{b}} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{0.0075 \frac{V}{b}}{s + 0.045 \frac{V}{b}} + \frac{0.10055 \frac{V}{b}}{s + 0.3 \frac{V}{b}} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{z_1 \frac{V}{b}}{s + p_1 \frac{V}{b}} + \frac{z_2 \frac{V}{b}}{s + p_2 \frac{V}{b}} \quad (7)$$

式中, $z_1 = 0.0075$; $z_2 = 0.10055$; $p_1 = 0.0455$; $p_2 =$

$$M_{nc} = \rho_a b^2 l \begin{bmatrix} \hat{e} \pi & -\pi b \bar{a} & -b T_1 \\ \hat{e} -\pi b \bar{a} & \pi b^2 (1/8 + \bar{a}^2) & -b^2 (T_7 + (\bar{c} - \bar{a}) T_1) \\ \hat{e} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D_{nc} = \rho_a b^2 l \begin{bmatrix} \hat{e} 0 & \pi & -T_4 \\ \hat{e} \pi b (0.5 - \bar{a}) & -b(-T_1 + T_8 + (\bar{c} - \bar{a}) T_4 - 0.5 T_{11}) & 0 \\ \hat{e} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$K_{nc} = \rho_a b^2 l \begin{bmatrix} \hat{e} 0 & 0 & 0 \\ \hat{e} 0 & T_4 + T_{10} & 0 \\ \hat{e} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

环量部分 F_c 可表示为:

$$F_c = -\rho_a V b l R_c \begin{bmatrix} \frac{V}{b} [z_1 \quad z_2] \\ \frac{1}{2} (S_1 \dot{q}_s + V S_2 q_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{a1} \\ \ddot{x}_{a2} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} \quad (15)$$

0.3; s 为 Laplace 变量。

引入空气动力状态变量, $C(s)$ 对应的状态方程为:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{a1} \\ \dot{x}_{a2} \end{Bmatrix} = \frac{V}{b} \begin{bmatrix} \hat{e} -p_1 & 0 \\ \hat{e} 0 & -p_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} r \quad (8)$$

$$y_a = \frac{V}{b} [z_1 \quad z_2] \begin{Bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} r \quad (9)$$

该系统的输入为:

$$r = V\alpha + \dot{h} + b(0.5 - \bar{a})\dot{\alpha} + (V/\pi) T_{10} \beta + b(1/2\pi) T_{11} \dot{\beta} = S_1 \dot{q}_s + V S_2 q_s \quad (10)$$

式中, $S_1 = [1 \quad b(0.5 - \bar{a}) \quad (b/2\pi) T_{11}]$,

$$S_2 = [0 \quad 1 \quad T_{10}/\pi].$$

气动力公式可以重写为:

$$T_\alpha = \pi \rho_a b^2 l \{ -Vb(0.5 - \bar{a})\dot{\alpha} + (Vb/\pi) [-T_1 + T_8 + (\bar{c} - \bar{a}) T_4 - 0.5 T_{11}] \dot{\beta} + (b^2/\pi) [T_7 + (\bar{c} - \bar{a}) T_1] \ddot{\beta} \} + \pi \rho_a b^3 l [\bar{a} \ddot{h} - b(1/8 + \bar{a}^2) \ddot{\alpha}] - (V^2/\pi) (T_4 + T_{10}) \beta + 2\pi \rho_a b^2 l (\bar{a} + 0.5) y_a \quad (11)$$

$$-L = -\pi \rho_a b^2 l [V\dot{\alpha} - (V/\pi) T_4 \dot{\beta} - (b/\pi) T_1 \ddot{\beta}] - \pi \rho_a b^2 l (\ddot{h} - b\bar{a} \ddot{\alpha}) - 2\pi \rho_a V b l y_a \quad (12)$$

气动力 F_{ae} 表示为非环量部分和环量部分之和的形式,即:

$$F_{ae} = F_{nc} + F_c \quad (13)$$

根据式(24),非环量部分可表示为:

$$F_{nc} = -M_{nc} \ddot{q}_s - VD_{nc} \dot{q}_s - V^2 K_{nc} q_s \quad (14)$$

式中,

$$R_c = \begin{bmatrix} 2\pi & -2\pi b(0.5 + \bar{a}) & 0 \end{bmatrix}^T.$$

式(15)改写为:

$$F_c = -VD_c \dot{q}_s - V^2 K_c q_s - V^2 E_c x_a \quad (16)$$

式中, $D_c = \frac{1}{2} \rho_a b l R_c S_1$; $K_c = \frac{1}{2} \rho_a b l R_c S_2$; $x_a = [x_{a1} \quad x_{a2}]^T$; $E_c = \rho_a l R_c [z_1 \quad z_2]$.

根据式(13)、式(14)和式(16),式(6)可以写成如下形式:

$$(M_s + M_{nc}) \ddot{q}_s + (D_s + V D_{nc} + V D_c) \dot{q}_s + (K_s + V^2 K_{nc} + V^2 K_c) q_s = -V^2 E_c x_a + G_s \beta_{ac} \quad (17)$$

将式(22)代入到(21), 可得:

$$x_a = V A_a x_a + V K_a q_s + D_a \dot{q}_s \quad (18)$$

$$\text{式中, } A_a = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} \hat{e}^{-p_1} & 0 \\ \hat{e}^{-p_2} & \hat{u} \end{bmatrix}; K_a = \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{e}^{-p_1} \end{bmatrix} S_2;$$

$$D_a = \begin{bmatrix} \hat{e}^{-p_1} \\ \hat{e}^{-p_2} \end{bmatrix} S_1.$$

结合式(28)和式(29), 得到机翼气动弹性方程的状态空间为:

$$\dot{X} = AX + B\beta_{ac} = AX + Bu(t) \quad (19)$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} \hat{e}^{-p_1} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \hat{u} \\ \hat{e}^{-p_2} & -M^{-1}K(V) & -M^{-1}D(V) & -V^2 M^{-1} E_c & \hat{u} \\ \hat{e}^{-p_2} & V K_a & D_a & V A_a & \hat{u} \end{bmatrix};$$

$$B = [0_{3 \times 1} \quad M^{-1} G_s \quad 0_{2 \times 1}]^T;$$

$$M = M_s + M_{nc}, D(V) = D_s + V D_{nc} + V D_c;$$

$$X = \{h \quad \alpha \quad \beta \quad \dot{h} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad x_{a1} \quad x_{a2}\};$$

$$K(V) = K_s + V^2 K_{nc} + V^2 K_c.$$

2 控制方法

在实际应用中, 系统的状态一般难以直接测量, 因此, 应用到输出反馈设计。 $p(t)$ 包含所估计的状态向量 $x_2(t)$, 假设只有状态 $x_2(t)$ 为可测的, 其余状态都不可观测, 系统输出为:

$$y(t) = Cx(t) \quad (20)$$

将上述状态方程转换成线性变参数(LPV)模型:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{C} \\ \dot{e}y(t) \end{bmatrix} \overset{\Delta}{=} S(p(t)) \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{C} \\ \dot{e}u(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\text{其中, } S(p(t)) = \begin{bmatrix} \mathcal{A}(p(t)) & B(p(t)) \\ \mathcal{C}(p(t)) & D(p(t)) \end{bmatrix} \overset{\Delta}{=};$$

$$p(t) = (U(t) \quad \alpha(t))^T = (U(t) \quad x_2(t))^T \in \Omega;$$

$p(t)$ 为随时间变化的参数向量。

对于 LPV 模型, 式(21)的系统矩阵 $S(p(t))$ 可以通过高阶奇异值分解得到如下形式的 TP 模型表示^[5, 18]:

$$S(p(t)) = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \cdots \sum_{i_N=1}^{I_N} \prod_{n=1}^N w_{n,i_n}(p_n(t)) S_{i_1, i_1, \dots, i_N} = S \otimes_{n=1}^N w_n(p_n(t)) \quad (22)$$

其中, $S \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N \times O \times O \times I}$ LTI 系统 S_{i_1, i_1, \dots, i_N} 与权重函数 $w_n(p_n(t))$ 的构成。加权函数应满足如下条

件:

$$\forall n, i, p_n(t) : w_{n,i}(p_n(t)) \in [0, 1] \quad (23)$$

$$\forall n, p_n(t) : \sum_{i=1}^{I_n} w_{n,i}(p_n(t)) = 1 \quad (24)$$

定义^[18] 如果权重函数满足式(23)、(24), 并且所有权重函数的最大值为 1 或者接近 1, 那么凸 TP 模型为 CNO 类型。

观测器需要满足: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0$, $\hat{x}(t)$ 为观测器估计的状态向量。为了实现这一目标, 引入如下观测器结构:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(p(t))\hat{x}(t) + B(p(t))u(t) + K(p(t))(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = C(p(t))\hat{x}(t)$$

上式结构采用多胞模型形式为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{r=1}^R w_r(p(t)) A_r \hat{x}(t) + \sum_{r=1}^R w_r(p(t)) B_r u(t) + \\ &\quad \sum_{r=1}^R w_r(p(t)) K_r (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \sum_{r=1}^R w_r(p(t)) C_r \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $K_r, r = 1, 2, \dots, R$ 为反馈增益, K_r 由基于 LMI 稳定性定理计算得出。

基于 PDC 技术设计如下控制器:

$$u(t) = \left(- \sum_{r=1}^R w_r(p(t)) F_r \right) x(t) \quad (26)$$

其中, 反馈增益 $F_r, r = 1, 2, \dots, R, F_r$ 由基于 LMI 稳定性定理计算得出。

定理 1^[18] (全局渐近稳定的观测器和控制器) 如果带观测器和控制器的多胞模型渐近稳定, 则存在 $P_1 > 0, P_2 > 0$ 和 $M_{1,r}, N_{2,r} (r = 1, \dots, R, R$ 为 LTI 顶点系统的数量) 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{aligned} P_1 A_r^T - M_{1,r}^T B_r^T + A_r P_1 - B_r M_{1,r} &< 0, \\ A_r^T P_2 - C_r^T N_{2,r}^T + P_2 A_r - N_{2,r} C_r &< 0, \\ P_1 A_r^T - M_{1,s}^T B_r^T + A_s P_1 - B_r M_{1,s} + P_1 A_s^T \\ - M_{1,r}^T B_s^T + A_s P_1 - B_s M_{1,r} &< 0, \\ A_r^T P_2 - C_s^T N_{2,r}^T + P_2 A_r - N_{2,r} C_s + A_s^T P_2 \\ - C_r^T N_{2,s}^T + P_2 A_s - N_{2,s} C_r &< 0 \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $r < s \leq R; M_{1,r} = F_r P_1; N_{2,r} = P_2 K_r$ 。求解 LMI 可得控制器和观测器的增益矩阵为: $F_r = M_{1,r} P_1^{-1}, K_r = P_2^{-1} N_{2,r}$ 。

3 数值仿真

机翼相关结构参数见表 2。选择变参数 $p(t) = (V, \alpha)$ ，流速度 $V \in [15, 30]$ m/s，俯仰角 $\alpha \in [-0.15, 0.15]$ rad。因此， $\Omega: [15, 30] \times [-0.15, 0.15]$ 。网格密度为 $M_1 \times M_2$ (其中 $M_1 = 31, M_2 = 31$)。在 TP 模型转换过程中可以看到，离散张量 $S^D \in R^{M_1 \times M_2 \times 4 \times 4}$ 在第一维上的秩为 3，分别为 178 081.327 6、1 052.169 57 和 1.372 03，在第二维上的秩为 2，分别为 177 969.499 61 和 6 397 014 872；对 S^D 进行 HOSVD，得到 $3 \times 2 = 6$ 个奇异值，LTI 顶点的数量也为 6。在本例中，选择一个接近正态类型的权重函数，权重函数 $w_{1,i}(V), i = 1, \dots, 3$ 和权重函数 $w_{2,j}(\alpha), j = 1, \dots, 2$ ，如图 2 所示。

表 2 机翼的结构参数值

Tab. 2 Structural parameter values of wings

符号	值	符号	值
m	1.85 kg	I_α	$3.142 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
\bar{c}	0.5	$s_{\alpha\beta}$	$1.215 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$
d_α	0.02 Ns	ζ_{ac}	0.598
$k_{\alpha 2}$	4.521 6 Nm/rad	b	0.1 m
$s_{h\beta}$	$8.608 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}$	d_h	27.43 Ns/m
ω_{ac}	357.07 rad/s	$k_{\alpha 1}$	2.512 Nm/rad
\bar{a}	-0.5	$s_{h\alpha}$	0.030 9 kg · m
s_p	0.3m	ρ_a	1.225 kg/m ³
k_h	2 542 N/m	k_{ac}	0.971 5

可以得到 $3 \times 2 = 6$ 个线性时不变(LTI)系统的顶点。该气动弹性模型可以用 6 个 LTI 系统的有限元凸 TP 模型形式精确描述。实际上，可以尝试从式(21)中解析得出权重函数和 LTI 系统。此外，如果第一维度的第三奇异值相对较小，则可通过丢弃其来进一步降低维度，产生一个缩小的 2×2 TP 模型。但在此情况下，其只是该模型的近似值。 α 的权重函数可以从 $k_{(\alpha)}$ 中提取，U 的权重函数将来流速度作为未知量来提取的。根据具体情况，生成的 TP 模型可能只是气动弹性系统的近似值，并且包含不同且可能比本示例中更多的 LTI 系统。然而，如果生成的结果中保留足够数量的非 0 奇异值，则生成的 TP 模型将具有可接受的精度。

将所得 LTI 顶点系统代入定理 1 的 LMI 中，LMI 求解器显示不等式组在当前情况下是可行的，控制器与观测器的增益矩阵如下：

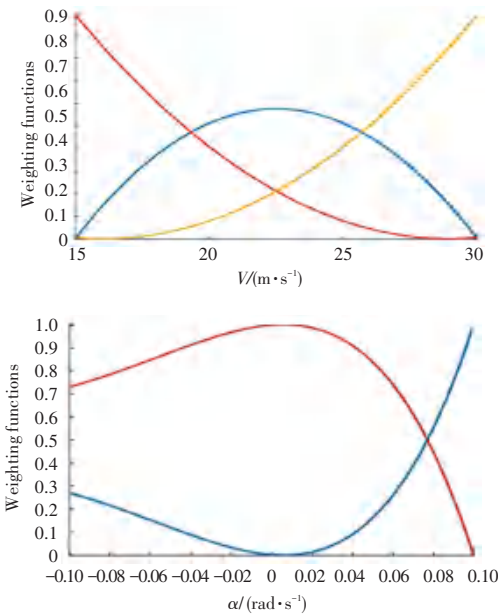


图 2 V 和 α 的权重函数

Fig. 2 Weighting function of V and α

$$F_{1,1} = [129.592 7 \quad 650.342 1 \quad -56.003 1 \quad 0.993 8 \quad 7.650 1 \quad 0.015 4 \quad 0.633 4 \quad 8.965 3]$$

$$F_{1,2} = [136.208 4 \quad 684.367 6 \quad -58.875 3 \quad 1.042 4 \quad 8.053 4 \quad 0.016 2 \quad 0.665 6 \quad 9.422 9]$$

$$F_{2,1} = [72.537 4 \quad 357.774 7 \quad -31.275 7 \quad 0.567 5 \quad 4.180 5 \quad 0.008 9 \quad 0.357 0 \quad 5.031 8]$$

$$F_{2,2} = [79.153 0 \quad 391.800 2 \quad -34.148 9 \quad 0.616 1 \quad 4.583 8 \quad 0.009 6 \quad 0.389 2 \quad 5.489 4]$$

$$F_{3,1} = [110.897 6 \quad 554.469 0 \quad -47.890 0 \quad 0.854 5 \quad 6.513 1 \quad 0.013 3 \quad 0.542 8 \quad 7.675 6]$$

$$F_{3,2} = [117.513 2 \quad 588.494 5 \quad -50.772 2 \quad 0.903 1 \quad 6.916 4 \quad 0.014 0 \quad 0.575 0 \quad 8.133 2]$$

$$K_{1,1} = [5.631 8 \times 10^5 \quad 4.803 9 \times 10^4 \quad -6.446 8 \times 10^4 \quad 1.936 6 \times 10^4 \quad 8.547 5 \times 10^4 \quad -263.006 6 \quad 428.843 7 \quad -1.787 3 \times 10^4]$$

$$K_{1,2} = [4.973 0 \times 10^5 \quad 4.526 9 \times 10^4 \quad -5.012 9 \times 10^4 \quad 1.712 7 \times 10^4 \quad 7.602 7 \times 10^4 \quad -190.916 8 \quad 368.984 9 \quad -1.618 4 \times 10^4]$$

$$K_{2,1} = [5.590 9 \times 10^5 \quad 4.764 5 \times 10^4 \quad -6.325 2 \times 10^4 \quad 1.922 2 \times 10^4 \quad 8.469 8 \times 10^4 \quad -256.542 4 \quad 438.184 3 \quad -1.758 4 \times 10^4]$$

$$K_{2,2} = [4.956 0 \times 10^5 \quad 4.494 9 \times 10^4 \quad -4.404 1 \times 10^4 \quad 1.706 2 \times 10^4 \quad 7.572 3 \times 10^4 \quad -187.070 6 \quad 370.011 8 \quad -1.610 0 \times 10^4]$$

$$K_{3,1} = [5.615 6 \times 10^5 \quad 4.788 9 \times 10^4 \quad -6.404 1 \times 10^4 \quad 1.930 2 \times 10^4 \quad 8.517 9 \times 10^4 \quad -260.643 0 \quad 431.178 4 \quad -1.777 1 \times 10^4]$$

$$K_{3,2} = [4.964 5 \times 10^5 \quad 4.512 2 \times 10^4 \quad -1.381 6 \times 10^4 \quad 1.709 5 \times 10^4 \quad 7.586 5 \times 10^4 \quad -189.076 5 \quad 370.498 7 \quad -1.613 1 \times 10^4]$$

得到如下控制器和观测器:

$$u(t) = - \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 w_{1,i}(V) w_{2,j}(\alpha) F_{i,j} \right) x(t) \quad (28)$$

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 w_{1,i}(V) w_{2,j}(\alpha) K_{i,j} \right) (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (29)$$

在本例中,对观测器与控制器选择不同的初值。来流速度为 $V = 23 \text{ m/s}$,速度已大于该模型的颤振速度(颤振速度为 21.8 m/s);系统初值为 $x_0 = [0.01, 0.05, 0.1, 0.01, 0.05, 0.1, 0.01, 0.01]^T$,观测器初值选择为 $\hat{x}_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ 。

在包含模型(式 19)、控制器(式 28)、观测器(式 29)的闭环系统中,系统各状态的响应曲线如图 3~7 所示。为了显示控制效果,模型(式 19)开环系统的仿真结果也显示在图中。

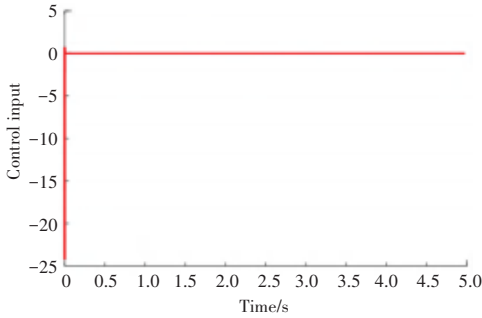


图 3 控制输入

Fig. 3 Control input

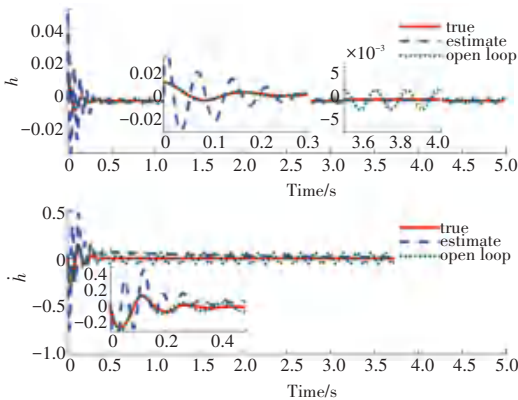


图 4 系统状态 h, \dot{h} 及其估计值

Fig. 4 System states h, \dot{h} and their estimation

从这些图中可以看出,观测器所有的状态估值,可以较好地跟踪闭环系统的真实值,闭环系统可以快速稳定。由图 4 中可以看出,浮沉位移及其变化率的跟踪效果相对于其它状态较差,系统的真实值快速收敛到 0,而浮沉位移及其变化率的估计值发生较大的震荡。从图 5 和图 6 中可以看出,俯仰角及其变化率、控制面偏转角及其变化率的跟踪效果

较好,控制面偏转角的变化率约达到 320。由图 7 中可以看出,两个空气动力状态变量跟踪误差较小,震荡相对于其它状态较为剧烈。

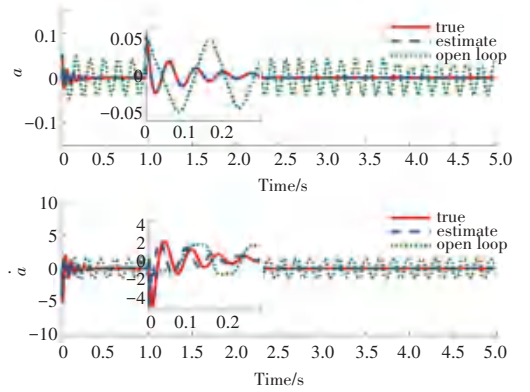


图 5 系统状态 $\alpha, \dot{\alpha}$ 及其估计值

Fig. 5 System states $\alpha, \dot{\alpha}$ and their estimation

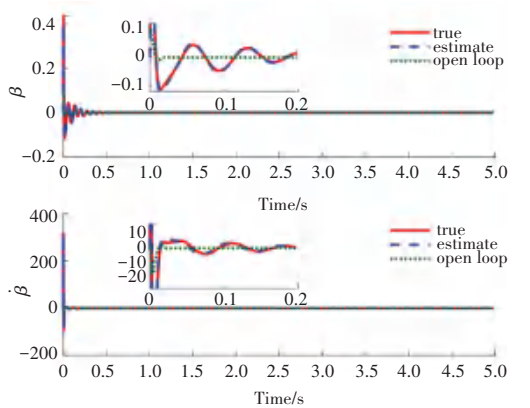


图 6 系统状态 $\beta, \dot{\beta}$ 及其估计值

Fig. 6 System states $\beta, \dot{\beta}$ and their estimation

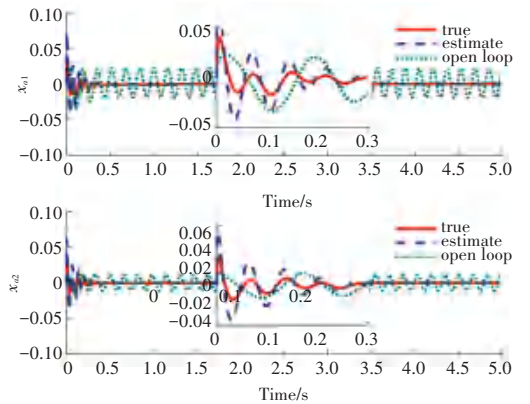


图 7 系统状态 x_{a1}, x_{a2} 及其估计值

Fig. 7 System states x_{a1}, x_{a2} and their estimation

4 结束语

本文针对具有非定常气动力和结构非线性的机翼振动问题,建立了带后缘控制面的机翼状态空间方程,设计了一个观测器来获得不可测量状态的估计值,并结合张量积模型变换的控制设计方法,获得

系统的控制器和观测器。数值仿真结果表明,控制器能够快速稳定系统,观测器的估计值能较好地跟踪系统的真实值,验证了所提方法的可靠性。

参考文献

- [1] 高翼飞. 多控制面大展弦比机翼的颤振分析与主动抑制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
- [2] 赵永辉. 气动弹性力学与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [3] AL-HAJJAR A M H, SWEI S S M, ZHU G. Novel linear parameter-varying modeling and flutter suppression control of a smart airfoil [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2019, 233(6): 609-624.
- [4] WANG X, XIA P, MASARATI P. Active aeroelastic control of aircraft wings with piezo-composite [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 455: 1-19.
- [5] BARANYI P. Tensor product model-based control of two-dimensional aeroelastic system [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2): 391-400.
- [6] TAKARICS B, BARANYI P. Tensor-product-model-based control of a three degrees-of-freedom aeroelastic model [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(5): 1527-1533.
- [7] TAKARICS B, BARANYI P Z. TP model-based robust stabilization of the 3 degrees-of-freedom aeroelastic wing section [J]. Acta Polytechnica Hungarica, 2015, 12(1): 209-228.
- [8] 侯小燕, 薛文涛, 李泰. 气动弹性机翼的反演滑模控制[J]. 控制工程, 2016, 23(1): 69-74.
- [9] XU X Z, WU W X, ZHANG W G. Sliding Mode Control for a Nonlinear Aeroelastic System through Backstepping [J]. Journal of aerospace engineering, 2018, 31(1): 04017080.1-04017080.11.
- [10] LHACHEMI H, CHU Y, SAUSSIÉ D, et al. Flutter suppression for underactuated aeroelastic wing section: Nonlinear gain-scheduling approach [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 40(8): 2102-2109.
- [11] MARRETTA R M A, MARINO F. Wing flutter suppression enhancement using a well-suited active control model [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2007, 221(3): 441-452.
- [12] ZHOU C, ZHU J, LEI H, et al. Observer-based dynamic surface control for high-performance aircraft subjected to unsteady aerodynamics and actuator saturation [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2017, 231(6): 481-494.
- [13] LEE K W, SINGH S N. L1 adaptive control of an aeroelastic system with unsteady aerodynamics and gust load [J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(2): 303-322.
- [14] LEE K W, SINGH S N. Robust finite-time continuous control of an unsteady aeroelastic system [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(4): 978-986.
- [15] LEE K W, SINGH S N. Robust higher-order super-twisting control of aeroelastic system with unsteady aerodynamics [C]// 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2018: 1341.
- [16] 周勃, 余章卫, 蔡国平. 柔性机翼颤振的次最优控制[J]. 力学季刊, 2017, 38(4): 658-666.
- [17] BARANYI P. TP model transformation as a way to LMI-based controller design [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2004, 51(2): 387-400.
- [18] BARANYI P, YAM Y, VÁRLAKI P. Tensor product model transformation in polytopic model-based control [M]. CRC press, 2018.
- [19] THEODORSEN T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter [J]. National Aeronautics and Space Administration: Washington, DC, USA, 1979: 291-311.
- [20] BLOCK J J, STRGANAC T W. Applied active control for a nonlinear aeroelastic structure [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(6): 838-845.
- [7] ZHENG L, SHEN L, TIAN L, et al. Scalable person re-identification: A benchmark [C]// Proceedings of the IEEE international conference on computer vision. 2015: 1116-1124.
- [8] HU J, SHEN L, ALBANIE S, et al. Squeeze-and-excitation networks [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42(8): 2011-2023.
- [9] DAI Z, CHEN M, ZHU S, et al. Batch feature erasing for person re-identification and beyond [J]. arXiv preprint arXiv: 1811.07130, 2018, 1(2): 3.
- [10] ZHENG Z D, ZHENG I, YANG Y. A discriminatively learned CNN embedding for person reidentification [J]. ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications, 2017, 14(1).
- [11] SCHROFF F, KALENICHENKO D, PHILBIN J. FaceNet: A Unified Embedding for Face Recognition and Clustering [J]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2015: 815-823.

(上接第125页)