文章编号: 2095-2163(2021)01-0147-05

中图分类号:TP391.41 文献标志码:A

基于空间正则化约束的支持向量相关滤波器目标跟踪方法

李 峰,张宏志,左旺孟

(哈尔滨工业大学 计算机科学与技术学院,哈尔滨 150001)

摘 要:基于支持向量相关滤波器(Support Correlation Filters, SCF)的目标跟踪方法存在严重的样本边界不连续问题,因此模型判别能力受到严重限制。本文将空间正则化项引入到 SCF 中,提出了基于空间正则化约束的支持向量相关滤波器(Spatially Regularized SCF, SRSCF)模型。相比于 SCF, SRSCF 不仅可以借助更大的图像区域进行模型学习,同时也能缓解样本的边界不连续问题对模型学习的负面影响,由此得到判别能力更强的模型。此外,本文提出了一种 ADMM (Alternating Direction Method of Multiplier)算法求解 SRSCF 模型,其中每个子问题具有解析解。实验结果表明,相较于 SCF, SRSCF 能够有效地提升跟踪精度,同时仅增加较少的计算开销。

关键词:目标跟踪;支持向量相关滤波器;空间正则化

Spatially regularized support correlation filters for object tracking

LI Feng, ZHANG Hongzhi, ZUO Wangmeng

(School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

[Abstract] The existing support correlation Filters (SCF) methods suffer from unwanted boundary discontinuity problem of samples, resulting in the degraded CF models. To address this, this paper incorporates the spatial regularization term into the SCF method, and proposes the spatially regularized SCF (dubbed SRSCF) model. In comparison to SCF, SRSCF can leverage larger image regions during model learning, and also alleviate the negative impacts of boundary discontinuous samples on model training, thereby leading to more discriminative CF models. In addition, an ADMM algorithm is proposed to solve the proposed SRSCF model, in which each sub-problem has closed-form solution. Experimental results show that SRSCF can achieve better performance than the SCF models, and only need less additional computational overhead.

[Key words] object tracking; Support Correlation Filter; spatial regularization

0 引 言

近年来,相关滤波器(Correlation Filter, CF)方 法凭借其良好的计算效率和稳定的性能在目标跟踪 领域取得了巨大的成功。基于 CF 的跟踪方法旨在 学习具有判别能力的二类分类器,通过与样本进行 循环卷积运算,以生成预先定义好的标签响应图。 早期的 CF 方法,如 MOSSE^[1],KCF^[2]等,将分类器 学习表示为 l₂ 范数约束下的岭回归模型。由于 SVM 分类器在小样本学习中拥有良好的性能, Rodriguez 等人^[3]将 SVM 和 CF 模型相结合,提出最 大边界 CF 分类器。但由于该方法需要提前对样本 进行线下训练,因此无法应用于在线的目标跟踪任 务。为了解决该问题,Zuo 等人^[4]将 SVM 模型嵌入 到 CF 跟踪框架下,提出了支持向量 CF 模型—SCF。 SCF 不仅可以借助快速傅里叶变换加速模型学习, 同时也能够灵活地扩展到多通道、核空间中以提升 模型的判别能力。

虽然 SCF 方法表现优异,但由于其采用标准的 CF 模型,因此存在严重的样本边界不连续问题。样 本的边界不连续问题源于 CF 模型的循环样本假 设,即训练样本集合是单个基样本通过循环移位得 到。基于此,距离目标较远的循环样本会在边界位 置上存在像素不连续的现象,由此产生大量不真实 的虚拟样本,导致模型的判别能力受到影响。为解 决该问题, MOSSE^[1], KCF^[2]等方法在基样本上点乘 一个余弦形式的窗函数进行数据预处理,但无法完 全消除边界不连续的样本;最近,空间正则化方 法^[5-6]被用于解决样本的边界不连续问题,并取得 了优异的效果。其中,Galoogahi 等人^[6]将二值掩膜 函数添加到 CF 模型上,可以令目标外部的模型系 数恒为0,由此缓解边界不连续样本对模型学习的 负面影响,最终带来了领域优先的性能。然而,现有 的空间正则化方法均基于岭回归函数形式的 CF 模

基金项目:国家自然科学基金(61671182)。

作者简介:李 峰(1988-),男,博士研究生,主要研究方向:目标跟踪、机器学习;张宏志(1976-),男,博士,副教授,主要研究方向:计算机视 觉、机器学习;左旺孟(1977-),男,博士,教授,主要研究方向:计算机视觉、机器学习。

型,在基于 SCF 的跟踪方法中缺乏相应的研究。因 此,本文将二值掩膜函数形式的空间正则化项融入 到 SCF 框架中,提出了基于空间正则化约束的支持 向量相关滤波器模型—SRSCF,在保证跟踪速度不 明显损失的前提下,提升 SCF 模型的判别能力。

支持向量相关滤波器方法的回顾 1

给定大小为 $M \times N$ 的训练样本x,其中 $x = \{x_1, x_2\}$ …, x_n } 共包含 *D* 个特征图, 而 **y** ∈ $R^{M \times N}$ 表示标签响 应图,则基于半监督学习的支持向量相关滤波器可 以表示为:

$$\min_{\|\boldsymbol{w},\boldsymbol{b},\boldsymbol{y}\|} \|\boldsymbol{w}\|^2 + C \|\boldsymbol{\xi}\|_2^2$$
s. t. $\boldsymbol{y} \circ \left(\sum_{d=1}^D \boldsymbol{x}_d * \boldsymbol{w}_d + \boldsymbol{b}_1\right) \ge 1 - \boldsymbol{\xi},$

$$(1)$$

其中, {w,b,y} 表示待求解的模型参数;ξ 为松 弛变量;1为取值全为1的矩阵;C表示正则化超参 数:运算符"。"和"*"分别对应于逐位置的点乘和 循环卷积运算。

不同于标准 CF 模型采用预先定义好的样本标 签,SCF的标签 y 仅包含一部分循环样本的标定。 给定目标和样本 \mathbf{x}_i 的中心位置分别为 p_e 和 p_i ,则样 本 x,在置信度图中的取值的数学定义为:

 $m(p_c, p_i) = \gamma \exp(-\alpha || p_c - p_i ||^{\beta})$, (2)其中, $exp(\cdot)$ 表示指数函数; γ 表示归一化常 量参数;参数 α 和 β 控制标签值的变化速度。

根据置信度图 m,样本 x,的标签定义为:

$$\mathbf{y}_{i} = \begin{cases} 1, & \text{if } m(p_{c}, p_{i}) \geq \theta_{u}, \\ -1, & \text{if } m(p_{c}, p_{i}) \leq \theta_{l}, \\ \Omega^{u}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$
(3)

其中, θ_{l} 和 θ_{u} 分别表示阈值的最小值和最大 值, Ω" 表示样本的标签未知,需要通过学习得到。

在 SCF^[4] 中,采用了交替更新的迭代优化方法, 分别求解 SCF 的各个子问题,由此保证了模型求解 的效率。基于循环卷积运算的性质,公式(1)中样 本 x 与分类器 w 的循环卷积等价于将 w 与样本 x 的各个循环移位样本做内积运算,因此 SCF 存在训 练样本的边界不连续问题,这会严重影响 CF 模型 的判别能力。

基于空间正则化约束的支持向量相关滤 2 波器模型

为缓解样本的边界不连续问题, Galoogahi 等 人^[6]将空间正则化项引入到 CF 模型中,通过将二 值形式的掩膜函数添加到模型上,可以有效抑制样 本边界不连续的问题。鉴于文献[6]中研究得到的 优秀属性,本文将二值掩膜函数形式的约束项引入 到 SCF 框架中,得到基于空间正则化约束的 SCF 模 型(SRSCF)为:

$$\min_{\boldsymbol{|w,b,y|}} \|\boldsymbol{w}\|^2 + C \|\boldsymbol{\xi}\|_2^2$$

s.t. $\boldsymbol{y} \circ \left(\sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{x}_d * \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_d + b_1\right) \ge 1 - \boldsymbol{\xi},$ (4)

其中,P 表示二值形式的掩膜矩阵,其作用是裁 剪大小为 $M \times N$ 的变量 w_a 位于中心的 $W \times H$ 个元 素, (W, H) 表示目标的宽高。

引入辅助变量 $e = y \circ (\sum_{d=1}^{D} x_d * P^T w_d + b_1) - 1 + \xi$, $g_{d} = P^{\mathrm{T}} w_{d}$,由此公式(4)表示为:

$$\min_{\|\mathbf{w}, b, \mathbf{y}, g, e|} \|\mathbf{w}\|^{2} + C \|\mathbf{y} \circ (\sum_{d=1}^{n} \mathbf{x}_{d} * \mathbf{g}_{d} + b_{1}) - 1 - e \|_{2}^{2}$$
(5)
s. t. $e \ge 0, \mathbf{g}_{d} = \mathbf{P}^{T} \mathbf{w}_{d}.$

由于 $y \in \{-1,1\}$,可以得到 $y \circ y = 1$, $\|y \circ w\|^2 =$ ||w||²,因此公式(5)可以变为:

$$\min_{\{\mathbf{w}, b, \mathbf{y}, g, e\}} \|\mathbf{w}\|^2 + C \| \sum_{d=1}^{D} \mathbf{x}_d * \mathbf{g}_d + b_1 - (\mathbf{y} + \mathbf{y} \circ \mathbf{e}) \|_2^2$$
(6)

s.t. $\boldsymbol{e} \geq 0, \boldsymbol{g}_d = \boldsymbol{P}^T \boldsymbol{w}_d$.

借助增广拉格朗日公式,公式(6)变为:

$$l(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{\lambda}) = \| \boldsymbol{w} \|^{2} + \sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{\lambda}_{d}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{g}_{d} - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{d}) + C \| \sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{x}_{d} * \boldsymbol{g}_{d} + \boldsymbol{b}_{1} - (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{y} \circ \boldsymbol{e}) \|_{2}^{2} + \frac{\mu}{2} \sum_{d=1}^{D} \| \boldsymbol{g}_{d} - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{d} \|^{2}$$

s. t. $\boldsymbol{e} \ge 0.$ (7)

s. t. $e \ge 0$.

其中, λ_a 和 μ 分别表示拉格朗日乘子和惩罚因 子。

公式(7)可以通过 ADMM 算法迭代求解各个变 量的子问题。接下来逐个给出各个变量的求解,对 此拟展开详述如下。

2.1 子问题 g

给定变量{w, b, y, e},公式(7)可以变为: $\min_{g} C \left\| \sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{x}_{d} * \boldsymbol{g}_{d} + \boldsymbol{b}_{1} - (\boldsymbol{y} + \boldsymbol{y} \circ \boldsymbol{e}) \right\|_{2}^{2} +$ $\sum_{d=1}^{D} \lambda_d^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{g}_d - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_d) + \frac{\mu}{2} \sum_{d=1}^{D} \|\boldsymbol{g}_d - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_d\|^2,$ (8)

采用帕斯卡尔定理,公式(8)可以转化到频域 计算,由此得到:

$$\min_{\widehat{g}} \left\| \sum_{d=1}^{D} \widehat{x}_{d} \circ \widehat{g}_{d} + b_{1} - \widehat{q} \right\|_{2}^{2} + \sum_{d=1}^{D} \widehat{\lambda}_{d}^{\mathrm{T}}(\widehat{g}_{d} - \widehat{s}_{d}) + \frac{\mu}{2} \sum_{d=1}^{D} \|\widehat{g}_{d} - \widehat{s}_{d}\|^{2},$$
(9)

其中, x 表示 x 的傅里叶变换, 变量 q, s_a 满足

149

 $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{y} \circ \boldsymbol{e} \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{I} \boldsymbol{s}_d = \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_d \circ$

与文献[6]类似,子问题g可以划分为 $M \times N$ 个 独立的子问题求解。具体来说,假设 $x(t) \in R^{D}$ 表 示x在第t个像素位置的所有D个通道组成的向 量,则 \hat{g} 的第t个分量 $\hat{g}(t)$ 可用式(10)来求解: $\hat{g}(t) = (2C\hat{x}(t)\hat{x}(t)^{T} + \mu D^{-1})$

$$(2C\hat{\boldsymbol{x}}(t)\hat{\boldsymbol{q}}(t) - 2bC\hat{\boldsymbol{x}}(t) - \hat{\boldsymbol{\lambda}}(t) + \mu\hat{\boldsymbol{s}}(t)),$$
(10)

由于矩阵 $\hat{\mathbf{x}}(t) \hat{\mathbf{x}}(t)^{\mathrm{T}}$ 秩为1,因此公式(10)可 以通过 Sherman-Morrison 公式^[7]求解,即:

$$\hat{\boldsymbol{g}}(t) = \frac{1}{\mu} (2C\hat{\boldsymbol{x}}(t)\hat{\boldsymbol{q}}(t) - 2bC\hat{\boldsymbol{x}}(t) - \hat{\boldsymbol{\lambda}}(t) + \mu\hat{\boldsymbol{s}}(t)) - \frac{\hat{\boldsymbol{x}}(t)}{\mu l} (2C\hat{\boldsymbol{q}}(t)\hat{f}_{\boldsymbol{x}}(t) - 2bC\hat{f}_{\boldsymbol{x}}(t) - \hat{f}_{\boldsymbol{\lambda}}(t) + \mu\hat{f}_{\boldsymbol{q}}(t)).$$
(11)

其中,
$$f_{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{x}}(t)$$
, $f_{\lambda}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)^{\mathrm{T}} \lambda(t)$,

 $f_q(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{q}}(t)$,以及 $l = \frac{\mu}{2C} + f_x(t)$ 。最终g可以

通过对g做逆傅里叶变换计算得到。

2.2 子问题 w

给定变量{b,g,y,e},公式(7)可以变为:

$$\min_{\boldsymbol{w}} \|\boldsymbol{w}\|^{2} + \sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{\lambda}_{d}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{g}_{d} - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{d}) + \frac{\mu}{2} \sum_{d=1}^{D} \|\boldsymbol{g}_{d} - \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{d}\|^{2}, \qquad (12)$$

由于公式(12)中变量 w 的每个通道可以独立 求解,因此 w 的第 d 个通道分量 w_d 可以通过下式求 解:

$$\boldsymbol{w}_{d} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{P} \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}})^{-1} (\boldsymbol{P} \boldsymbol{\lambda}_{d} + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{P} \boldsymbol{g}_{d}).$$
(13)

由于公式(13)中(*I*+μ*PP*^T)项是对角矩阵,其 逆矩阵可以通过逐位置运算的方法得到,因此公式 (13)可以实现快速求解。

2.3 子问题 b, y, e

由于这三个子问题的求解方式与 SCF 方法^[4] 相同,因此这里仅给出其解析解,具体运算公式为:

$$\boldsymbol{e} = \max\{\boldsymbol{y} \circ \left(\sum_{d=1}^{D} \boldsymbol{x}_{d} * \boldsymbol{g}_{d} + \boldsymbol{b}_{1}\right) - 1, 0\}, \quad (14)$$

$$b = \frac{1}{MN} \mathbf{1}^T \boldsymbol{q} , \qquad (15)$$

$$\mathbf{y}_{i} = \begin{cases} 1, & \text{if } r_{i} \ge 0, \\ -1, & \text{if } r_{i} < 0. \end{cases}$$
(16)

其中, i 满足 $\theta_l < m(p_e, p_i) < \theta_u$, 而且 $r = \sum_{i=1}^{D} \mathbf{x}_d * \mathbf{g}_d + b_{1,0}$

关于子问题 b, y, e 的详细求解过程,参见文献 [4]。

2.4 拉格朗日乘子 λ 的更新

拉格朗日乘子参数 λ 可以通过下式更新,即: $\lambda^{(t+1)} = \lambda^{(t)} + \mu(g^{(t+1)} - P^{T}w^{(t+1)}).$ (17)

3 实验结果

本小节采用 OTB-2013 和 OTB-2015^[8]两个数 据集验证本文方法的有效性。具体来说,首先将 SRSCF 与当前处于领先水平的跟踪方法对比,然后 分析 SRSCF 在各个视频属性下的跟踪性能。

3.1 参数设置

仿照 SCF^[4],本文采用灰度、HOG 和 Color Names (CN)^[9]等3种特征进行特征提取,同时参数 *C*,*α*,*β*, *θ_l* 和*θ_u* 分别设置为10⁴,1,1.5,0.4 和0.9。 此外,拉格朗日乘子初始值 $\lambda^{(0)} = 1$,参数 $\mu = 1.2$, ADMM 的最大迭代次数 *N_l* = 4。借助空间正则化 项,可以使用更大的图像区域用于模型学习,同时避 免过多背景对模型训练的负面影响。基于此,仿照 BACF^[6],研究中裁剪边长为5 \sqrt{WH} 的正方形图像 区域学习模型。

3.2 与其他跟踪方法的对比

本节将 SRSCF 与一些有代表性的跟踪方法,即 SRDCF^[5], SCF^[4], BACF^[6], ECOhc^[10], 在 OTB -2013 和 OTB-2015 数据集上进行对比。表 1 给出 了2个数据集上基于 Mean OP 的性能和 FPS 对比 结果。可以看到,相比于基线算法 SCF, SRSCF 在 OTB-2013 和 OTB-2015 数据集上分别带来 1.4 % 和11.5%的提升,这2个数据集上性能提升差别较 大的原因可归结为 SRSCF 针对 OTB-2013 进行过 较为精细的参数调整。SRSCF 也超过了同样使用 二值掩膜函数的 BACF 方法, 比后者分别有 2.5 % 和1.4%的提升。此外,相比于SCF,SRSCF算法在 2个数据集上的 FPS 分别下降了 2.2 和 1.3, 这说明 SRSCF 在保证更好性能的基础上,仅增加较小的额 外计算开销。最后,上述方法在 OTB-2013 和 OTB-2015上的 AUC 曲线如图 1 所示。相比于 SCF, SRSCF 在 2 个数据集上分别有 0.6 % 和 7.3 % 的 AUC 分数提升。

表1 在 OTB-2013 和 OTB-2015 数据集上基于 Mean OP 和 FPS 的对比结果

Tab. 1 Comparison results on OTB-2013 and OTB-2015 in terms of Mean OP and FPS

	方法	SCF	SRDCF	BACF	ECOhe	SRSCF
OTB-2013	Mean OP	80.9	78.0	79.8	83.6	82.3
	FPS	13.1	6.2	27.2	43.7	10.9
OTB-2015	Mean OP	67.4	72.7	77.5	79.6	78.9
	FPS	12.7	5.8	26.7	42.0	10.4



图 1 在 OTB-2013 和 OTB-2015 数据集上 AUC 曲线对比结果

Fig. 1 Comparison results on OTB-2013 and OTB-2015 in terms of AUC curves

3.3 不同视频属性下的性能对比

为测试 SRSCF 在不同视频属性下的性能,本



文在 OTB-2015 数据集上进行实验。所有方法在 11 种视频属性下的 AUC 分数如图 2 所示。由图 2 可以看到,在大多数视频属性下,SRSCF 超过了除 ECOhe 以外的其他跟踪方法,这也证明了本文方法 的有效性。同时,图 3 展示了 4 种有代表性的视频 属性下 AUC 曲线的对比结果。由图 3 可以看到, SRSCF 在快速运动(Fast Motion)和遮挡(Occlusion) 属性上比 SCF 有更好的结果,这是由于通过空间正 则化项,使得 SRSCF 可以使用更大的图像区域进行 模型训练和跟踪;此外,通过空间正则化项,CF 模型 的判别能力得到了提升,因此在运动模糊(motion blur)和平面外旋转(out-of-plane rotation)属性上性 能也较 SCF 更好。



图 2 在 OTB-2015 上所有 11 种属性的对比





图 3 在 OTB-2015 上 4 种属性的对比,包含快速运动、运动模糊、遮挡和平面外旋转 Fig. 3 Comparison of the 4 attributes on OTB-2015, including FM, MB, OCC and OPR

4 结束语

本文针对现有支持向量相关滤波器方法存在样本边界不连续问题的缺陷,提出了基于空间正则化约束的支持向量相关滤波器模型。通过添加二值函数形式的掩膜矩阵,提出的方法可以使得相关滤波器模型的系数仅集中于目标部分,由此抑制边界不连续样本对模型学习的负面影响。此外,本文提出了一种 ADMM 算法用于模型求解,可以保证每个子问题具有解析解。在 OTB-2013 和 OTB-2015 数据集的实验表明,本文提出的方法相比于基线方法SCF 有明显的性能提升,同时仅带来较小的额外计算开销。

参考文献

- [1] BOLME D S, BEVERIDGE J R, DRAPER B, et al. Visual object tracking using adaptive correlation filters [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2010: 2544–2550.
- [2] HENRIQUES J F, CASEIRO R, MARTINS P, et al. High speed tracking with kernelized correlation filters [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 1: 125–141.
- [3] RODRIGUEZ A, BODDETI V N, KUMAR B V, et al. Maximum margin correlation filter: A new approach for

(上接第146页)

- [7] 孙明瑞,臧天仪. 面向健康医疗的分类关联规则挖掘研究[J]. 智能计算机与应用,2020,10(2):1-6,11.
- [8] 李忠,安建琴,刘海军,等. 关联挖掘算法及发展趋势[J]. 智能 计算机与应用,2017,7(5):22-25.
- [9] 胡涛.基于关联规则的数据挖掘算法[J].电子技术与软件工程,2018,2(2):186.

localization and classification [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(2): 631-643.

- [4] ZUO Wangmeng, WU Xiaohe, LIN Liang, et al. Learning support correlation filters for visual tracking [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 41(5): 1158–1172.
- [5] DANELLJAN M, HÄGER G, KHAN F, et al. Learning spatially regularized correlation filters for visual tracking [C]//IEEE International Conference on Computer Vision. Santiago, Chile: IEEE, 2015: 4310-4318.
- [6] GALOOGAHI H K, FAGG A, LUCEY S. Learning background - aware correlation filters for visual tracking [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2017: 1135–1143.
- [7] PETERSEN K B, PEDERSEN M S. The matrix cookbook [EB/ OL]. [2012-11-15]. http://matrixcookbook.com.
- [8] WU Y, LIM J, YANG M H. Online object tracking: A benchmark [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Portland, OR, USA: IEEE, 2013; 2411– 2418.
- [9] DANELLJAN M, KHAN F S, FELSBERG M, et al. Adaptive color attributes for real – time visual tracking [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Columbus, OH, USA: IEEE, 2014: 1090–1097.
- [10] DANELLJAN M, BHAT G, KHAN F S, et al. ECO: Efficient convolution operators for tracking [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2017: 21-26.
- [10]张军.基于遗传算法的频繁项挖掘算法[J].计算机工程与应用,2008,44(12):161-165.
- [11] 阎平凡,张长水.人工神经网络与模拟进化计算[M].北京:清 华大学出版社,2001.
- [12]李超,余昭平. 基于矩阵的 Apriori 算法改进[J]. 计算机工程, 2006,32(23):68-69.