

文章编号: 2095-2163(2021)06-0161-07

中图分类号: TP39;U45

文献标志码: A

改进 GA-BP 神经网络在盾构推进地面沉降中的预测及应用

王雪明¹, 刘陕南¹, 肖晓春², 包 秦²

(1 上海工程技术大学 城市轨道交通学院, 上海 201620; 2 上海隧道工程有限公司, 上海 200032)

摘要: 超大直径泥水平衡盾构以往主要用于越江、越海工程, 当用于城市中心区域快速道路的修建时, 盾构推进引起的地面沉降或隆起以及由此对地面以上建构筑物的影响问题应当引起重视。本文基于上海北横通道新建工程, 聚焦于神经网络方法在盾构推进引起地面沉降中的预测, 分析了 BP、GA-BP 两种神经网络方法在盾构推进过程中刀盘上方地面沉降中的预测效果, 对比了两种方法在计算原理、数据拟合能力等方面的适用性与局限性, 在此基础上通过对遗传算法的种群个体选择机制进行优化, 提出了改进的 GA-BP 神经网络方法, 说明了该方法的网络训练稳定性与快速收敛特性, 对于盾构施工过程中地面沉降的预测具有较好的应用效果。

关键词: 泥水平衡盾构; BP 神经网络; 遗传算法; 地面沉降

Prediction and application of improved GA -BP neural network in land subsidence of shield tunnelling

WANG Xueming¹, LIU Shannan¹, XIAO Xiaochun², BAO Zhen²(1 School of Urban Railway Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;
2 Shanghai Tunnel Engineering Co., Ltd., Shanghai 200032, China)

[Abstract] In the past, super large diameter slurry shield was mainly used in river crossing and sea crossing projects. When it was used in the construction of Expressway in urban central area, attention should be paid to the land subsidence or uplift caused by shield tunnelling and the influence on the buildings above the ground. Based on the new project of Shanghai North Cross Passage, focusing on neural network method in prediction of ground settlement caused by shield tunnelling, this paper analyzes the effect of BP and GA-BP neural network methods in the prediction of land subsidence ahead of shield tunnelling, compares the applicability and limitations of the two methods in the aspects of calculation principle, data fitting ability and so on. On this basis, by optimizing the population selection mechanism of genetic algorithm, an improved GA-BP neural network method is proposed in this field with its distinctive advantage in its rapid convergence and stable optimal operation. It has a good application effect for the prediction of land subsidence in the process of shield construction.

[Key words] slurry balance shield; BP neural network; genetic algorithm; land subsidence

0 引言

在传统城市隧道施工引起地面变形的预测方法中, 有 Peck 公式法、有限单元法等^[1]。与此不同, 神经网络方法因其强大的数据计算处理能力逐渐得到应用。本文依托北横通道新建工程, 工程利用一台直径为 15.56m 的泥水气压平衡盾构机下穿城市密集建筑区掘进隧道。对于盾构推进引起的地面变形, 通过神经网络的方法进行预测研究。

孙钧等通过整理实测资料并对土体扰动机理进行分析, 说明根据监测资料并利用神经网络可以对盾构隧道施工过程中的地层移动进行有效的动态实

时预测^[1]; 李红霞等利用遗传算法优化 BP 神经网络的初始权重, 建立模型对地下水位影响强度进行分析, 说明地面沉降与地下水位存在一致响应趋势^[2]; 王志亮等将杂交法与改进 BP 法、多元回归法对比, 预测粉喷桩的抗压强度, 即先用遗传算法对全局进行训练, 再用 BP 网络进行精度训练, 加快了网络的收敛, 避免了局部极小问题的出现, 达到了要求的预测精度^[3]; 王睿等结合实际工程, 通过将传统的 BP 神经网络与遗传算法相结合的方法, 实现针对实际隧道工程施工参数与隧道变形值之间的正反演分析, 达到了高效且相对准确的沉降预测及支护参数的最优寻找^[4]。

基金项目: 上海隧道工程有限公司合作项目(2015-SK-06)。

作者简介: 王雪明(1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 基于神经网络的盾构隧道施工沉降预测控制; 刘陕南(1973-), 女, 硕士, 副教授, 主要研究方向: 隧道、基坑等地下工程设计与施工技术。

通讯作者: 刘陕南 Email: shannan611@qq.com

收稿日期: 2020-12-06

综合以往研究分析发现,神经网络方法及其一系列优化方法在预测盾构推进施工引起地面变形中的应用成果斐然,但在面对具体工程数据时神经网络凸显的自身缺陷问题还有待研究。

本文拟采用软件编程数据处理的方法,以 BP 神经网络为研究点,利用遗传算法优化模型训练所需的初始权重,并基于实测数据的特点,改进遗传算法的种群遗传规则,探究 BP 神经网络局部最优问题。

1 计算原理

1.1 BP 神经网络误差反向传播原理

BP 神经网络,即 Back-propagation Neural

Network,采用权值阈值正向传播计算,反向修正的方法对数据进行训练拟合^[5],即构建的网络模型随机初始化给出各层的连接权值和阈值,对网络输入层每组数据各个维度上的数值进行连接权、阈值的计算,传播到隐含层并通过该层神经元上的传递函数计算各单元的输出生,再对此输出进行连接权、阈值的计算,传播到输出层,通过该层神经元上的传递函数计算网络的最终输出值,将网络实际输出与目标输出进行误差计算,当误差值不满足预设条件时,反向修正各层连接权值、阈值,往复迭代直到满足网络预设条件之一,完成网络训练。其中,隐含层传递函数一般为 S 型函数,输出层一般为 *purelin* 函数,即线性函数^[6]。计算原理如图 1 所示。

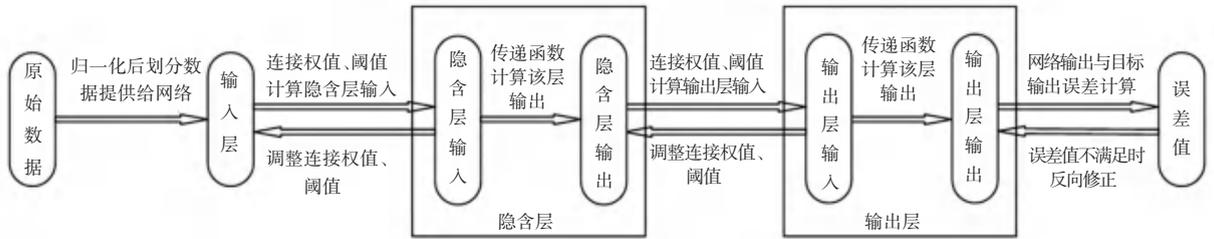


图 1 BP 神经网络算法数据训练原理

Fig. 1 The principle of BP neural network algorithm data training

1.2 遗传算法 (GA) 优化的 BP 神经网络

传统 BP 神经网络有一些难以克服的局限性,如局部最优问题、初始权重敏感性、网络不可重现性等等^[5,7]。很多学者因此引入遗传算法,用以克服 BP 的缺陷。

遗传算法,即 Genetic Algorithm,是一种学习生物界自然选择和自然遗传机制构建的随机优化搜索算法^[4,8]。算法在目标函数的基础上计算适应度值,依据适应度值进行遗传操作,寻优规则由概率决定,更容易将较优个体遗传至下一代,其与 BP 神经网络的结合是优化的重点,也是编写程序的前提。

一方面,遗传算法中要针对优化对象定义个体适应度值。基于遗传算法的原理,先将训练均方误差值 FY 作为目标函数,即拟合值与真实值之差的平方和的平均值,公式(1)表示:

$$FY_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [f(x_i) - y_i]^2. \quad (1)$$

再对其计算适应度值,以此衡量个体对于种群的适应程度,用公式(2)表示:

$$FF_j = \left[\sum_{j=1}^{pop} FY_j \right] / FY_j. \quad (2)$$

当目标函数 FY 越小,适应度值 FF 越大,表明

此时的个体更适应会被遗传到下一代。

另一方面,为了结合遗传算法,先对 BP 循环训练 n 次,并将这 n 次随机生成的初始权值阈值通过矩阵转换后,再利用实数编码,可以形成初始种群,初始种群即包含 n 组遗传个体^[9-10]。

结合以上两方面,在个体适应度的基础上计算个体概率和累计概率,分别如公式(3)、(4)所示:

$$\alpha_j = FF_j / \left[\sum_{j=1}^{pop} FF_j \right], \quad (3)$$

$$\beta_k = \sum_{k=1}^j \alpha_j. \quad (4)$$

适应度值越高的父本个体,越容易被选中,即按照选择概率随机数执行选择操作,之后再交叉操作、变异操作。这样得到新的 n 组个体,即构成第二代种群,再对其进行实数解码,转换为权值阈值矩阵回赋网络训练,计算新个体的均方误差、适应度值。

由此,可将遗传算法基本步骤描述如下^[4]:

- (1) 确定编解码方案,生成初代种群;
- (2) 根据目标函数计算个体适应度;
- (3) 选择操作;
- (4) 交叉操作;

- (5) 变异操作;
- (6) 新一代种群, 及其适应度值计算;
- (7) 返回(3), 直至达到预设遗传代数或满足误差要求。

经过遗传算法的优化操作后, 网络再训练所需的初始权重不再是随机给出, 而是建立在遗传操作上的收敛优化, 从而得到较稳定的训练结果。

1.3 改进的 GA-BP 神经网络

传统遗传算法由于随机数的依赖性, 在个体的选择操作中存在很多可能性, 即并不一定是最优个体被选中或多次选中。

为了能达到更优化的训练效果以及提高训练的时效性, 应该对算法中的种群遗传规则进行改进, 即从各代种群中人为保留较优的个体。为了使保留的优化个体构成的新初代种群与最初种群规模一致, 在程序的编写上应该针对初始种群包含的全部个体数先期进行成倍的遗传代数操作。

如以 10 组个体生成初始种群, 先对初始种群进行 $10n$ 代数的遗传操作, 产生全部的 $10n$ 组、每组 10 个数量的均方误差数据集, 可对应从中摘取匹配初始种群个数数量的最优个体, 于是摘取的优化个体构成新的初代种群, 再以新初代种群进行 $10n$ 代数的遗传操作。以此往复, 定义这样的优化方法的每次循环操作为“优化次数”, 整合程序完成训练, 直到优化次数满足预设数量或误差值满足条件, 优化完成。具体流程如图 2 所示。

2 工程概况与模型的建立训练

2.1 工程概况与原始数据整理

本文背景工程为上海北横通道新建工程 II 标, 项目主要施工内容为主线盾构隧道段, 所用泥水气

压平衡盾构机直径达到 15.56 m, 即定义为超大直径泥水盾构隧道, 沿线地质复杂, 隧道穿越土层以粉质黏土为主, 隧道下方已进入砂性土地层, 总体地层分布为典型的黏土、砂土复合断面, 如图 3 所示, 土层物理力学性能见表 1。在盾构区段覆土上方地面存在较多如住宅楼, 商场等建构筑物, 若盾构施工参数控制不当, 极易造成盾构失稳, 引发地面变形, 影响地面以上建构筑物的使用。

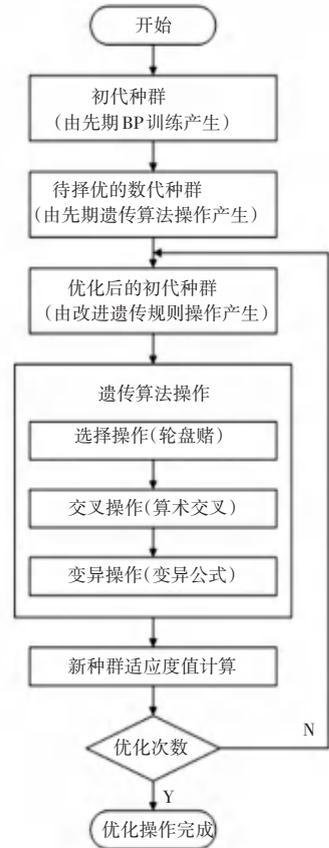


图 2 改进的遗传算法计算原理思路

Fig. 2 The principle of improved genetic algorithm

表 1 土层物理力学性能参数表

Tab. 1 Table of physical and mechanical properties parameters of soil layer

土层层号	土层名称	重度 (KN/m)	压缩模量 (MPa)	内摩擦角 (°)	粘聚力 (kPa)	渗透系数 (cm/s)
①	人工填土	18.5	3.28	13.7	13	1.3E-04
②I	褐黄~灰黄色黏土	18.2	4.40	14.5	16	5.0E-07
③	灰色淤泥质粉质黏土	17.2	2.70	14.0	11	5.0E-06
③T	灰色砂质粉土	18.7	9.80	30.0	3	4.0E-04
④	灰色淤泥质黏土	16.8	2.30	10.8	10	2.0E-07
⑤I	灰色粉质黏土	17.8	3.70	15.4	15	2.0E-07
⑥	暗绿色粉质黏土	19.6	8.00	15.9	48	2.0E-06
⑦1	草黄~灰色粉砂	18.9	12.70	31.4	2	7.0E-04
⑦2	草黄~灰色粉细砂	18.7	12.70	32.8	1	9.0E-04

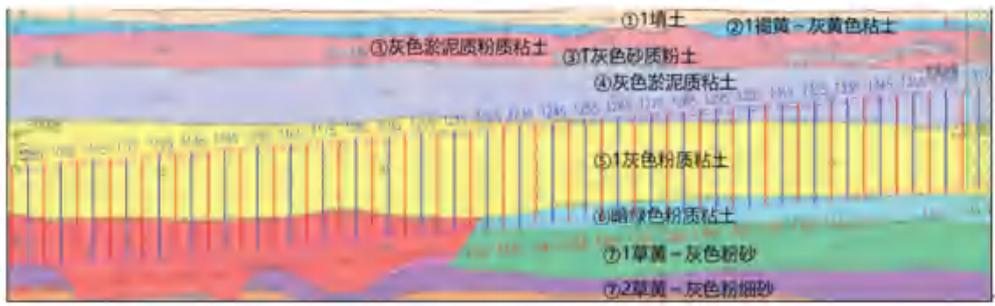


图3 北横隧道部分区段地层分布示意图

Fig. 3 Distribution of strata in some sections of North Cross Tunnel

盾构推进引起的地面变形是一个复杂的非线性问题,在盾构推进过程中不断发展变化,其中切口面上方地面变形和注浆引起的地面变形尤为突出。本文聚焦于神经网络方法研究,主要针对盾构切口面上方地面变形进行分析,也即将盾构切口面上方地面变形作为BP神经网络数据拟合及预测对象,参

考相关研究成果,对采集的盾构段原始数据经过整理筛选后,选定6个参数作为BP神经网络输入端的处理对象,具体为隧道开挖面上方覆土厚度、盾构开挖推进速度、盾构总推力;盾构开挖截面土体压缩模量、内摩擦角、粘聚力见表2。

表2 神经网络模型输入输出数据

Tab. 2 Input and output data of neural network model

样本组数	覆土厚度/ m	推进速度/ (mm · min ⁻¹)	总推力/ KN	压缩模量/ MPa	内摩擦角/ (°)	粘聚力/ kPa	地表沉降/ mm
1	23.56	25.20	85 448	4.56	17.33	14.83	1.20
2	23.42	27.60	86 611	4.52	17.23	14.91	2.07
3	23.09	24.70	86 803	4.40	17.00	15.10	1.33
4	22.96	26.00	84 955	4.35	16.91	15.18	4.22
5	22.73	25.20	80 777	4.33	16.87	15.19	4.98
6	22.56	24.00	80 800	4.32	16.85	15.19	4.73
7	22.33	25.50	79 646	4.31	16.82	15.20	3.11
8	22.21	21.30	79 964	4.30	16.80	15.20	3.38
9	21.91	25.70	77 163	4.24	16.65	15.22	1.00
10	21.50	26.40	73 401	4.22	16.61	15.23	3.07
31	18.55	18.10	61 820	4.02	16.16	15.29	-3.25
32	18.51	16.40	60 635	4.02	16.15	15.29	-2.76
33	18.39	18.90	64 012	4.01	16.13	15.30	-0.93
34	18.35	18.50	64 227	4.01	16.12	15.30	-2.22
35	18.22	20.20	63 967	4.00	16.10	15.30	-1.27
36	18.14	19.40	61 292	3.99	16.08	15.30	-0.85
37	17.98	19.20	58 116	3.98	16.05	15.31	-0.65
38	17.90	19.90	55 964	3.97	16.04	15.31	-0.91
39	17.78	20.70	57 168	3.96	16.01	15.31	-0.92
40	17.69	20.60	57 629	3.96	16.00	15.31	1.04

注:1.“+”表示地表沉降(表格中已省略);“-”表示地表隆起;2.“压缩模量”、“内摩擦角”、“粘聚力”为隧道断面厚度内的加权平均值。

2.2 神经网络模型的建立

本文通过 MATLAB 软件构建网络实操程序算法。按照原理流程,前一部分模型的建立包括:

(1)原始数据归一化、数据划分。即对整理的40组现场实测数据依据数据归一化原理变换成 $[-1, 1]$ 之间的数值^[10],再将1~30组划分为训练样本,31~40组为预测样本;

(2)BP 网络参数预设和模型的建立。基于表2的工程实测数据可知,输入端变量维数为6,输出端维数为1,根据隐含层节点数计算经验公式(5)^[5]:

$$M = \sqrt{n + m} + a. \quad (5)$$

其中, n 和 m 分别为输入、输出层的神经元个数,依据上文分别为6和1, a 是 $[0, 10]$ 之间的常数,且为了避免隐含层节点数设置较多时会导致训练时间过长或过拟合的缺陷,取隐含层神经元数为 $M = 4$,即构成6-4-1的BP神经网络模型。

模型建立完成后,利用 MATLAB 继续编写代码实现各方法的具体实操,即:

(1)构建循环节形成 BP 方法。在循环节中随机生成网络训练所需的权值阈值,并将其作为网络训练的初始权重回赋给已建立的网络模型,随即进行网络的训练、预测及相关数据的输出。

(2)融合遗传算法构成 GA-BP 方法。先将 BP

训练10次中随机给出的网络初始权重作为遗传算法的初始化种群,再将经选择、交叉、变异后的种群回赋给网络计算适应度值,以此构建循环节往复进行1000代的遗传操作,直至遗传代数达到预设值为止。

(3)对遗传算法的种群遗传机制进行改进,形成改进的 GA-BP 方法。先将 BP 训练10次中随机给出的网络初始权重作为遗传算法的初始化种群,再利用遗传算法进行10代的遗传操作,并人为从10代遗传操作中选出每代最优个体作为下次10代遗传操作的新初始种群,将最优个体的不断选择定义为“优化次数”,循环直至达到预设值1000为止。

2.3 训练结果输出与分析

对于 BP 方法,为了避免局部最优,采用多次随机训练的方式,寻找最优结果,故设置循环次数为1000,依据构建的循环节,网络每次随机给出 $[-1, 1]$ 之间不同的初始权重,执行程序完成训练操作,在这1000次训练中找到相对较优结果。

对于 GA-BP 方法和改进的 GA-BP 方法,分别完成1000代遗传操作和1000次优化操作,保留各方法实操结果,整理网络计算数据,绘制训练样本均方误差变化曲线和各方法最优网络输出拟合曲线,如图4~5所示。

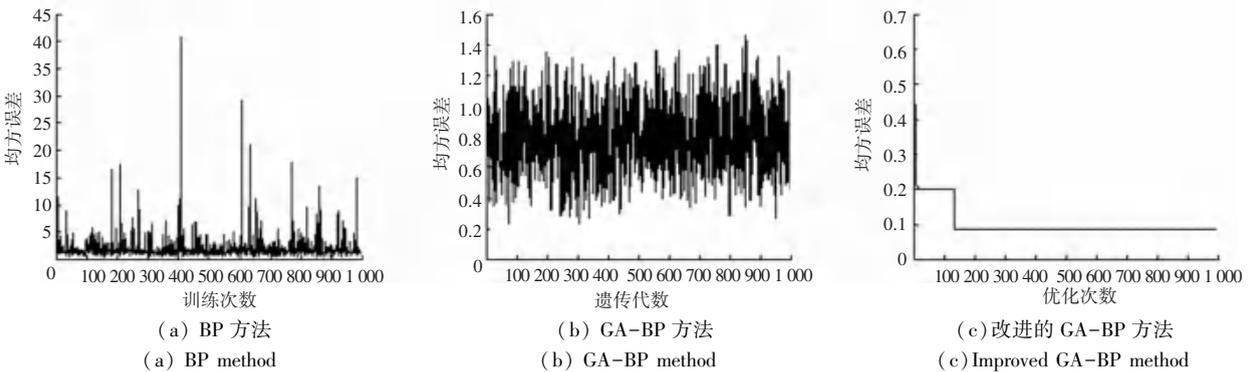


图4 三方法训练均方误差变化曲线

Fig. 4 Three-method training mean square error variation curve

由图4可以看出,BP方法整体训练均方误差值较大且出现个别几次误差值异常大的情况;而相比之下GA-BP方法均方误差值有了很大幅度的降低,不再有异常大误差值的出现,均方误差整体保持在一个较小的范围内;相比前两项操作,改进的GA-BP方法均方误差值表现出更好的降低趋势。

重复对3个方法的实操发现,由于BP方法每次给出的初始权重不同,故训练结果依然表现出离散性大的缺陷;而利用遗传算法对BP网络训练的初始权重进行优化后的GA-BP方法,训练结果显

示均方误差均可以保持在一个较小的区间范围;再到改进的GA-BP方法,均方误差降低趋势的出现也不是偶然的,任意给出一组初始权重,经过网络实操后均可得到如图4(c)所示的误差降低曲线,训练结果不再依赖网络限定的最初权重,这对最优训练效果的寻找具有积极意义。

结合图5的网络输出拟合曲线可见,BP方法最优的一次训练结果拟合表现良好,即可以说明BP方法实现的大量随机训练避免了一次训练可能会出现局部最优现象,从而得到较好的拟合效果;3种

方法拟合曲线对比,不难看出,改进的 GA-BP 方法拟合效果较前两个方法整体更接近实测值。

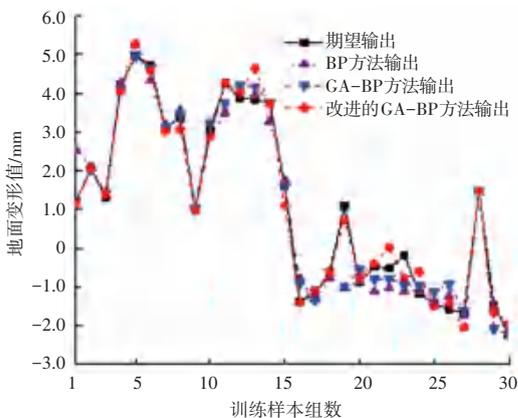


图 5 3 种方法训练拟合曲线

Fig. 5 Three-method training fitting curve

为了探究各方法网络训练后的预测能力,在网络训练完成后也进行了预测实操,并绘制预测样本的网络输出拟合曲线,如图 6 所示,可见 3 种方法最优训练输出对应的预测效果也是较满意的,改进的 GA-BP 方法较前两种方法预测值整体更贴近实际地表变形值。

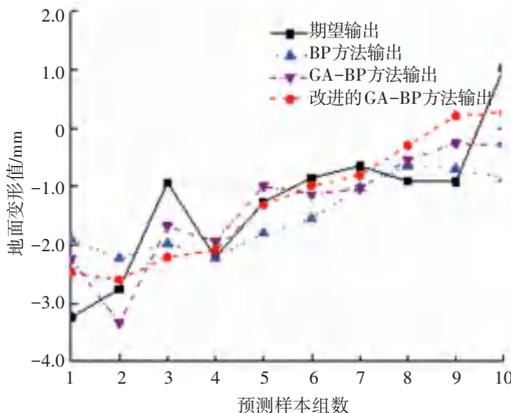


图 6 3 种方法预测拟合曲线

Fig. 6 Three-method predicting fitting curves

不妨从定量化的角度,对比 3 种方法的训练和预测精度,见表 3。对比 BP 方法,遗传算法优化的 BP 神经网络提高了训练稳定性;再将改进的 GA-BP 方法和前两种方法对比,可见其误差值得到有效的降低,如改进的 GA-BP 方法较前两种方法训练误差降低了 50% 以上,预测误差降低了 25% 以上,各项误差最小、预测精度达到最高。

表 3 3 种方法定量分析

Tab. 3 Quantitative analysis of three methods

方法	训练样本均方误差			预测样本均方误差		
	minmse	meanmse	maxmse	minmse	meanmse	maxmse
BP 方法	0.32	2.05	41.05	0.78	5.67	257.52
GA-BP 方法	0.23	0.80	1.46	0.47	1.46	3.55
改进的 GA-BP 方法	0.09	0.10	0.66	0.45	0.46	0.83

2.4 优化方法预测能力检验

为了进一步测试改进的 GA-BP 方法对盾构推进引起地面变形的预测能力,整理出 100 组实测数据,将前 90 组作为训练样本,后 10 组作为预测样本,执行程序,经过 1 000 次优化操作后,绘制出预测均方误差变化曲线如图 7 所示,可见在优化次数为 0~100 的区间内,误差迅速下降,从而保证预测拟合结果快速的稳定在一个可以接受的精确度,提高了预测工作效率,并且随着优化次数的继续增加,误差可以继续下降收敛至更低值,但下降的速度有所减缓。

对比优化次数为 100、300、1 000 时的预测拟合曲线,如图 8 所示,可见网络经过 100 次的优化操作时,该方法的预测值趋势与实测值总体吻合,当优化次数达到 1 000 时,预测值最接近实测值,预测达到了更高的精度。

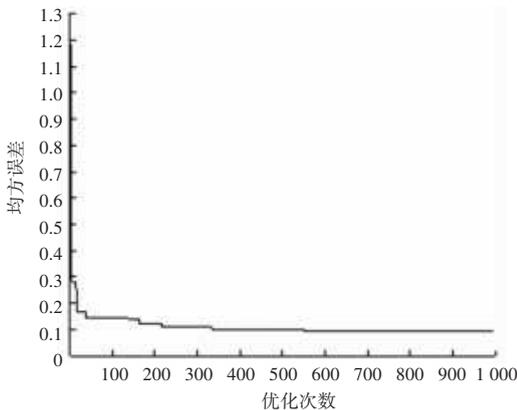


图 7 改进的 GA-BP 方法预测均方误差变化曲线

Fig. 7 Improved GA-BP method predicting mean square error variation curve

如图 8 所示,对比 100、300、1 000 次的预测误差值,整理输出数据见表 4,可见:

(1) 一般情况下, 采用改进的 GA-BP 方法预测盾构推进引起的地面变形时, 网络经过 100~300 次优化操作后, 即可将大部分样本误差控制在 10%~25% 之间;

(2) 若想继续提高预测精度, 可根据实际需求

继续增大优化次数, 从而得到更理想的预测效果, 使得预测值更接近实测值;

(3) 对于部分样本组误差较大的情况, 考虑到算法、输入变量等还有值得改进的地方, 这将在后续的研究中继续深入, 进一步提高预测精度。

表 4 预测精确度计算分析
Tab. 4 Analysis of predictive accuracy

样本组数		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
原始地面变形值(期望输出)/mm		-0.45	-1.50	-0.87	-1.00	1.91	-0.68	-0.40	-0.22	-0.98	1.12
网络输出/mm	1 000 次	-0.49	-1.65	-0.71	-1.10	1.67	-0.63	-0.47	-0.18	-0.76	0.24
	300 次	-0.47	-1.25	-0.62	-0.94	2.10	-0.32	-0.22	0.14	-0.39	0.58
	100 次	-0.70	-1.72	-0.89	-1.25	1.44	-0.57	-0.63	-0.47	-0.69	0.22
误差值/mm	1 000 次	-0.04	-0.15	0.16	-0.10	-0.24	0.05	-0.07	0.04	0.22	-0.88
	300 次	-0.02	0.25	0.25	0.06	0.19	0.36	0.18	0.36	0.59	-0.54
	100 次	-0.25	-0.22	-0.02	-0.25	-0.47	0.11	-0.23	-0.25	0.29	-0.90

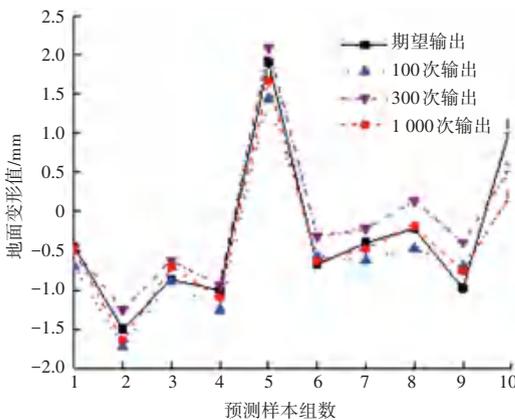


图 8 改进的 GA-BP 方法预测拟合曲线

Fig. 8 Improved GA-BP method predicting fitting curve

3 结束语

(1) BP 神经网络在数据预测上具有较好且较便捷、省时的研究价值。但传统 BP 存在训练误差离散性大的缺陷, 即初始权重敏感性大导致网络训练不稳定;

(2) 利用遗传算法对 BP 神经网络的初始权重函数进行优化后, 大大减小了传统 BP 神经网络的训练随机性和离散性, 避免了极大误差值即极差训练结果的出现, 说明优化初始权重函数对提高 BP 神经网络的训练稳定性和拟合精度有较好作用;

(3) 对 GA-BP 中的种群遗传规则进行改进后形成的改进 GA-BP 方法很好的完成了网络训练的优化, 训练和预测结果都达到了更高的精度, 通过新数据的预测也进一步验证了此方法在盾构隧道引起

地面沉降预测中应用的可推广价值;

(4) 本文着重进行了神经网络方法的比较与优化研究, 因此以地面沉降作为输出, 参考了类似研究成果选取了影响盾构上方地面沉降的 6 个参数作为输入端变量, 经过实测数据分析能对地表沉降进行有效预测。后续还可以进一步深入研究, 譬如加入注浆参数用以研究注浆和盾尾脱出后的地表沉降预测问题。

参考文献

- [1] 孙钧, 袁金荣. 盾构施工扰动与地层移动及其智能神经网络预测[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 261-267.
- [2] 李红霞, 赵新华, 迟海燕, 等. 基于改进 BP 神经网络模型的地面沉降预测及分析[J]. 天津大学学报, 2009, 42(1): 60-64.
- [3] 王志亮, 李筱艳, 殷宗泽. 遗传算法和改进的 BP 网络杂交法在岩土工程中应用[J]. 地下空间, 2001, 21(3): 178-182.
- [4] 王睿, 漆泰岳, 冯剑, 等. 基于遗传算法的 BP 神经网络隧道施工参数正反演分析与应用[J]. 铁道学报, 2016, 38(4): 98-104.
- [5] 陈明. MATLAB 神经网络原理与实例分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [6] 乔金丽, 范永利, 刘波, 等. 基于改进 BP 网络的盾构隧道开挖地表沉降预测[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(2): 352-374.
- [7] SUWANSAWAT S, EINSTEIN H H. Artificial neural networks for predicting the maximum surface settlement caused by EPB shield tunneling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2006, 21(2): 133-150.
- [8] 雷英杰, 张善文. MATLAB 遗传算法工具箱及应用. 第 2 版[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2014.
- [9] 姚和友. 遗传算法与改进的 BP 神经网络融合的三元锂电池 SOC 估算研究[D]. 南昌: 南昌大学, 2019.
- [10] 张翔宇. 基于优化 BP 神经网络和粒计算的股指预测研究[D]. 南京: 南京大学, 2012.